DIE ALIA MUSICA

(Gerbert, Scriptores 1).

Quellenfrage, Umfang, Inhalt und Stammbaum.

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung der Doktorwürde

der Hohen Philosophischen Fakultät

der Universität Leipzig

vorgelegt von

WILHELM MÜHLMANN

aus Leipzig.

ACAD.
LUGD. BAT.
BIBL.

Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig

Angenommen von der II. Sektion auf Grund der Gutachten der Herren Riemann und Schering

Leipzig, den 9. Juli 1914.

Der Procancellar.

Kirchner.

Die Alia musica ist einer der interessantesten Traktate der frühen fränkischen Musikliteratur. Zeit und Verfasser sind in Dunkel gehüllt, und die seltsame Form, die reich an Unverständlichkeiten und Widersprüchen ist, entmutigte den forschenden Leser, so daß nur eine vorläufige Einordnung dieser wichtigen Abhandlung in die Entwicklung der abendländischen Konsonanzenlehre von Riemann in seiner Geschichte der Musiktheorie vorgenommen wurde. Ihrem primitiven Inhalte nach mußte sie früher als Hucbalds Werke sein, zu denen sie einst gerechnet wurde, und etwa der Wende vom 9. zum 10. Jahrhundert angehören. Auch hatte schon Jacobsthal entdeckt, daß sich mindestens 3 verschiedene Schichten in der letzten Fassung der Alia musica unterscheiden lassen.

Merkwürdige Zahlenaufstellungen wie $3:4=7$ (!) als Quarte, unerklärte Skalenberechnungen aus Vielfachen von 6, 8 und 9 bis zu der Zahl 144, Verwechslung von Tonteilungs- und Schwingungszahlen, Widersprüche in der Nummerierung der Tonarten, wobei z. B. die zweite einmal als Hypophrygisch, ein anderes Mal als Dorisch aufgezählt wird, und häufige, oft voneinander abweichende Wiederholungen einzelner Abschnitte ermöglichten keine einheitliche, organische Erfassung des Traktates. Mit Hilfe einer genauen vergleichenden Analyse der einzelnen sich voneinander abhebenden Abschnitte und durch eine historisch-einfühlende Einstellung auf die primitive Erkenntnisstufe eines Musiktheoretikers der fränkischen Kulturepoche, der die aus antiken Quellen geschöpften abstrakten, wissenschaftlichen Ergebnisse seiner Denkhöhe anzupassen suchte, mußte eine Herstellung der einzelnen Theorien mit ihren Begründungen gefunden und eine Rekonstruktion der zusammengehörenden Abschnitte ermöglicht werden.

Vorauszuschicken war eine philologische Emendation des von Gerbert herausgegebenen Textes nach den erhaltenen Handschriften, der nach diesen Verbesserungen als Grundlage für eine im Anhang beigefügte Übertragung des Traktates dienen konnte. Die Übertragung ordnet die Abhandlung nach der chronologischen Reihenfolge der einzelnen wiederhergestellten Theoretiker an;

doch ist der besseren Übersichtlichkeit wegen der kritische Apparat in Tabellen verlegt, die als philologische Vorarbeit der Darstellung des Ganzen vorausgeschickt sind.

Von dem Alia musica genannten Musiktraktat also kennen wir weder Verfasser noch genaue Zeit der Abfassung. Er ist von Gerbert in den Scriptores 1, S. 125b bis 147b unter Hucbalds Namen abgedruckt, gehört jedoch, wie schon bemerkt ist, diesem Theoretiker nicht an. Auch aus anderen Quellen ist nichts über Namen oder Herkunft zu erfahren. Die älteste Handschrift aus dem 10. Jahrhundert, Cod. lat. (Emeram.) 14272, S. 175v. bis 181r. der Münchener Hof- und Staatsbibliothek enthält den Text vollständig; die zweite von Gerbert benutzte Handschrift ist bei einem Brande verloren gegangen. Außerdem steht der Text im Ms. fonds. lat. 7212 der Pariser Nationalbibliothek aus dem Ende des 11. Jahrhunderts mit dem von H. Müller ergänzten Abschnitt Gerbert S. 1, S. 124b bis 125b, Z. 2 ohne trennende Überschrift zusammen, und ein Bruchstück im Cod. 504 (olim Durlac. 36t) der Hof- und Landesbibliothek in Karlsruhe, S. 34v. und r., aus dem Anfang des 12. Jahrhunderts, das den von G. Jacobsthal Rekapitulation genannten letzten Teil der Alia musica — G. S. 1, S. 145b, Z. 15 bis S. 147b — enthält.

Die Pariser Handschrift war mir nicht zugänglich. Doch scheint sie nach Müllers Bericht nicht wesentlich von dem Gerbertschen Drucke abzuweichen; er verbessert nur das letzte falsche ut supra in supra. Ich beginne mit der Angabe der Verbesserungen des Gerbertschen Textes nach dem Münchener Codex, wobei ich alle unwesentlichen, den Sinn nicht ändernden Wort- und Satzstellungsabweichungen, sowie zweifellos bessere, vielleicht dem Straßburger Cod. entstammende Lesarten übergehe. Auf die von mir kopierten Neumen gehe ich nicht ein, da sie ohne Linien und deshalb mit dem bisherigen wissenschaftlichen Apparat nicht eindeutig lesbar sind.

Der Gerbertsche Text ist zu ändern an folgenden Stellen:

S. 126a, Z. 32—33: inter 3 et 6.

S. 126b, Z. 10—11: alia sua parte a maiore praecedatur.

S. 127a, Z. 39—40: eadem species redit. Quintis locis non tamen.

S. 129a, Z. 11—12: nervos dicimus sua serie proportionaliter dispositos bis diapason.

Z. 32: differentia, quam melodia.

S. 129b, Z. 17—18: concludit, tertiam antiphonae.

Z. 22—23: statt Jesus autem heißt es: Johannes autem.

Z. 29—30: diapente; aut per 7 totum, quod est diatessaron.

S. 130a, Z. 21—22: nach in arundineto muß discurrent in aeternum wegfallen.

S. 130b, Z. 10—11: Quinta differentia est in e. (Alle Monochordmarken des Tonarius und der Abhandlung sind mit kleinen Buchstaben geschrieben.)

Z. 12: sesquioctavum remissum in c.

Z. 15: singulas retinent differentias.

Z. 23—24: locum in e. Statuit.

S. 131a, Z. 14—15: melodia secundi toni — — — — denarium numerabit.

S. 131b, Z. 4: numerabit.

Z. 29: in sui primordio.

S. 132a, Z. 4: in e, ubi finitur.

Z. 12—13: in c ????, se ut Juste et pie.

Z. 18—19: in c Sitientes; se ut in De necessitatibus.

Z. 29—30: secundi toni.

S. 132b, Z. 10: duos a habet.

Z. 11: a enim.

Z. 29: Nam a paramese incipiens.

S. 133b, Z. 13: per diapason infra 36.

S. 133b, Z. 35 bis S. 134a, Z. 2: Die Worte tertium bis quintum diatonici mollis fehlen im Cod. fälschlich.

S. 134a, Z. 29: per sesquitertiam.

S. 135a, Z. 2—3: in eandem finalem, transcurso diapente, desinit.

Z. 28—29: locum, se Qui odit.

Z. 35—36: ut Ego autem cum, o differentiam et h locum.

S. 135b, Z. 14—15: loca, se O quam, i Jerusalem.

Z. 17—18: est in e.

Z. 26: Statt Item de Quinto steht: Sequitur expositor.

Z. 27: quem nos.

S. 136b, Z. 24: loca, se Obsecro.

Z. 30: locum se scilicet Hodie.

Z. 32: loca, se Exaudi.

S. 137a, Z. 2: est sexies 6.

Z. 3, Anm. b ist falsch.

Z. 10: 72. Tonus enim iste aut.

Z. 16—17: O quam gloriosum est fällt weg.

S. 138a, Z. 2: loca, se Aspiciebam.

Z. 8: loca, se Os iusti.

S. 138a, Z. 37 bis S. 138b, Z. 1: ipsius, diapente ut — — — — videatur consistere.

S. 139a, Z. 12: plerumque tonus exterius.

S. 139b, Z. 11: Statt fiunt steht finiunt.

Z. 27—28: ascendat in cc hosque superius vel inferius habeat limites. Similiter.

Z. 36: 6 et 12. Subiugalis vero.

S. 140a, Z. 7: ubicunque conagerit hunc.

S. 141a, Z. 9: Vitrubius (!) dicit.

S. 141b, Z. 4—5: ex 5 speciebus tonorum. Simplicium.

Z. 23: Iginus (!).

Z. 29: in ciclo equinoctiali.

S. 143a, Z. 1—2: primus tropus.

S. 146a, Z. 3: 3 de 9 ad 4.

Z. 8: Statt Jesus autem steht Johannes autem.

Z. 19: fiunt 30, diapente.

Z. 20: tono isti ter 6.

Z. 25: Statt Sit steht Fit.

S. 146b, Z. 5: toni, id est 6 ad 12.

Z. 18—19: Similiter 8 (!) ad 12.

S. 147a, Z. 3: diapason, id est 6 et 12.

S. 147b, Z. 3—4: O admirabile. Vade Satana & Virgo.

Z. 10: require supra.

Die Karlsruher Handschr. 504 S. 34v. u. r. umfaßt in einheitlicher Darstellung, ohne Überschrift und sichtbaren Absatz, den Inhalt der Rekapitulation, S. 145b, Z. 15 bis S. 147b, Z. 10, und den der Abhandlung S. 144b, Z. 5 bis S. 145b, Z. 15, die inhaltlich zu der Tafel S. 143a bis 144b mit ihrer Wiedergabe, S. 128b, Z. 14 bis S. 129a, Z. 4, gehört. Ich gebe die Erweiterungen und Verbesserungen im Anschluß an die nach dem Münch. Cod. hergestellte Rekapitulation.

S. 145b, Z. 15—16: Tonus primus, Nonaoeane, qui ??? dicitur autentos protos, id est auctoritas prima. cc 12. c 6. b 8. d 9. 6 ad 12 18 sunt, qui.

Z. 17: proportio dupla diapason.

Z. 24: habet 9 in se.

Z. 28—29: habet in dupla proportione diapason.

Z. 31: proportione, qui faciunt.

S. 146a, Z. 16: Johannes autem diapente.

Z. 17: Tonus secundus, Noeays, qui dicitur plagis proti, id est a latere primi. cc 12. 3 mal c 6. 2 mal b 8. 2 mal d 9. Ter 6 id est.

Z. 27: duplum, et ideo.

Z. 29: bis 9 ad 12, qui — — — 18 ad 12, per.

Z. 34—35: aut per diatessaron totum id est 7.

S. 146b, Z. 7: et bis 8 ad 8 et bis 9 ad 9 primi semitonium (?) fecit.

Z. 8: Tonus tertius, qui ?? dicitur autentos deuteros, Aynoeane, id est auctoritas secunda, qui ideo duo A habet, primum propter mensuram.

Z. 15: de primo. cc 12. 4mal c 6. 3mal b 8. 2mal d 9. Quater.

Z. 18—19: Similiter ter 8 ad.

Z. 22: aut per diapason.

Z. 23: aut per diapente.

Z. 27—28: Die beiden im Münch. Cod. fehlenden Melodien Malos male perdet und Homo quidam stehen hier; die zweite Melodie als Quidam homo.

Z. 29: Tonus quartus, Noeais, qui ?? dicitur plagis deuteri ut supra (vgl. a latere primi!). 2mal cc 12. 3mal c 6. 3mal b 8. 2mal d 9. Hic, qui bis 12.

S. 147a, Z. 6: ad minorem aut minoris.

Z. 13: Tonus quintus, Noeane, qui ?? dicitur autenticus tritus, id est tertia auctoritas. 2mal cc 12. 4mal c 6. 3mal b 8. 4mal d 9. Totus iste tonus semper.

Z. 14: Statt est steht efficitur.

Z. 25: Tonus sextus, Noeais, qui ?? dicitur plagis triti ut supra. 2mal cc 12. 6mal c 6. 3mal b 8. 4mal d 9. Sexies enim 6.

S. 147b, Z. 5: Tonus septimus, Noeane, qui ?? dicitur autentos tetrardos, id est auctoritas quarta, qui constat ex quarti toni et quinti et sua proportione ita: 2mal cc 12. 3mal c 6. 3mal b 8. 2mal d 9. Item: 3mal cc 12. 4mal c 6. 3mal b 8. 4mal d 9. Item propria 4mal cc 12. 8mal c 6. 6mal b 8. Hic tonus in proportione.

Z. 10: Tonus octavus, Noeays, qui ?? dicitur plagis tetrardi, constat ex supradictis quarti et quinti toni diatessaron et diapente. 2mal cc 12. 3mal c 6. 3mal b 8. 2mal d 9, qui faciunt 6 ad 8 et bis 9 ad bis 12 in septenario diatessaron. Item 3mal cc 12. 4mal c 6. 3mal b 8. 4mal d 9, qui faciunt.

Das Manuskript bricht mitten im Satz ab; die Formeln der Tafel S. 143a bis 144b, ihre Wiedergabe S. 128b bis 129a, und die Abhandlung S. 144b bis 145b enden ebenfalls mitten im 8. Ton an derselben Stelle.

Ferner entspricht dieser Rekapitulation wörtlich eine mit Kommentar versehene Expositio cuiusdam, deren 7 Töne über ebensoviele Abschnitte verteilt sind und folgende Unterschiede ergeben: Zu S. 129a, Z. 17—28 und S. 129b, Z. 18—30 vgl. S. 145b, Z. 27 bis S. 146a, Z. 16. Statt der Melodie Urbs fortitudinis steht in der Exposition Posuerunt super caput; außerdem ist der Beginn der Rekapitulation ausgefallen.

Zu S. 130b, Z. 36 bis S. 131a, Z. 24 vgl. S. 146a, Z. 18 bis S. 146b, Z. 7. Die unverständliche LXV, die Karlsr., Münch. und wohl auch Straßb. Cod. hatten, erweist sich als X vel V, und das semitonium der Karlsr. Hdschr. als primum tonum.

Zu S. 132a, Z. 24 bis S. 133b, Z. 9 vgl. S. 146b, Z. 8—28. Stehen muß

S. 146b, Z. 12: explicat, et alterum semitonium in diapason secundi.

S. 132a, Z. 30—31: ad unum 6 de.

Die Melodie Homo quidam, die beide Male im Münch. Cod. fehlt, ist in der Rekapitulation zu streichen.

Zu S. 134a, Z. 20 bis S. 134b, Z. 6 vgl. S. 146b, Z. 29 bis S. 147a, Z. 12. Stehen muß

S. 146b, Z. 29—30: Tonus quartus. Ter 6 ad ter 8 et bis 9 ad bis 12 una.

Z. 32: 18 conveniunt.

S. 147a, Z. 1: proportionem, qui sunt 42.

Z. 2: consonantiam.

Die seltsame Doppelquart der Exposition erweist sich nach der Rekapitulation als späterer Zusatz.

Zu S. 135b, Z. 27 bis S. 136a, Z. 6 vgl. S. 147a, Z. 13—24: Stehen muß

S. 147a, Z. 19: 12 ad quater.

Z. 20: 8 faciunt 60, ut.

Zu S. 137a, Z. 2—17 vgl. S. 147a, Z. 25 bis S. 147b, Z. 4. Stehen muß

S. 147a, Z. 31: per bis 12 et ter 8.

Zu S. 138a, Z. 14—19 vgl. S. 147b, Z. 5—10. Während die Exposition ebenso wie der Kommentator nur 4×12 kennt, haben Rekapitulation, Karlsr. Hdschr. und Zahlen-Auszug S. 145a—b $12 \times 12 = 144$.

Zuletzt gebe ich eine Tabelle der Interpolationen, die zur Herstellung einer sinnvollen Konstruktion unvermeidlich sind.

S. 125b, Z. 10: contra statt contineat. (Vgl. Boetius!)

S. 126a, Z. 29—30: minorem differentiam. (Vgl. Boetius!)

S. 128b, Z. 1: melodiam.

Z. 16: in Hypodorio et Hypophrygio.

S. 129a, Z. 10: vocatur, sane in illa.

Z. 12—13: bis diapason, id est 6 et bis 12.

S. 129b, Z. 30—31: Quod ait bis diapente respici.

S. 130a, Z. 14: diatessaron totius.

S. 130b, Z. 6—7: locum diatessaron.

S. 136a, Z. 31: Immittet.

S. 137a, Z. 32: praecepit.

S. 137b, Z. 22: melodiam.

S. 138b, Anm. c: e, h, i, m.

S. 140b, Z. 34—35: diatessaron intensum in.

S. 141b, Z. 6—10: Compositorum, id est diapason simul ac diapente, ut tripla et septimus tonus, et diapason ac diatessaron in sexto et dupla diapason in octavo tono.

S. 142a, Z. 18—19: 18 et 6.

Z. 30—32: sextus in diapason quoque ac diatessaron, septimus sicut tripla in diapason simul ac diapente, dupla diapason.

S. 144a, Z. 3: 6mal 6 c. Diapason.

S. 145a, Z. 7: 4mal 6 c.

Z. 13—15: est diapason per ter 8 ad bis 12, qui sunt 48; diapente per sexies 6 ad bis 12 aut per quater 9.

S. 145b, Z. 6: faciunt ter 6.

Z. 15 u. 18: die Überschrift Expositio eorundem tonorum muß vor Tonus primus stehen.

S. 146a, Z. 5—6: introitus.

Z. 18: 12, qui per.

S. 146b, Z. 6: est, ter 6 ad.

Um eine spätere Textvergleichung zu erleichtern, soll schon hier eine Übersicht über die Quellenstellen der Alia musica folgen.

Zu S. 125b, Z. 5 bis S. 126a, Z. 34 vgl. Boetius, De Instit. Arithm. 2, 48 S. 155, Z. 7 bis S. 158, Z. 12. Außer einigen belanglosen Wortabweichungen fehlen in der Alia musica 3 Sätze, und die Formeln sind bis auf eine mit Worten verbunden und mit 2, teilweise mit 3 multipliziert.

Wörtlich sind abgeschrieben:

S. 126a, Z. 37 bis S. 126b, Z. 1 von Boetius 2, 49 S. 159 Z. 11—13 u. Z. 1.

S. 126b, Z. 2—7 u. 9—13 von 2, 54 S. 171 Z. 17—20 u. 2, 49 S. 159, Z. 7—10.

S. 126b, Z. 13—21 ist aus 2, 54 zusammengezogen, Z. 21—24 wieder wörtlich 2, 49 S. 158, Z. 24 bis S. 159, Z. 1.

S. 126b, Z. 25—35 ist eine Kommentierung zu Boetius, De Instit. musica, 4, 15 S. 341, Z. 19—21,

S. 127a, Z. 3—22 eine Umgestaltung von 4, 15 S. 342, und Z. 26—28 eine Wiedergabe von 2, 17 S. 348, Z. 2—3.

S. 127a, Z. 29—30, 31—32 u. 32—33 steht bei Anonymus 2 S. 338a, Z. 20—22, 27—29 u. S. 339a, Z. 8—10 u. 13—14.

S. 127a, Z. 34—36 u. Z. 39 bis S. 127b, Z. 6 entspricht Anonymus 2 S. 338b, Z. 27—34 u. S. 339a, Z. 2—8. Allen diesen Stellen liegt Boet. 4, 14 zugrunde.

S. 127b, Z. 15—25 ist eine Umgestaltung von Anon. 2 S. 339b, Z. 17—26, bez. Boet. 4, 17,

S. 127b, Z. 37 bis S. 128a, Z. 3 wörtlich Boet. 2, 9 S. 237, Z. 29 bis S. 238, Z. 3 und

S. 140a, Z. 9—14 entspricht Anon. 2 S. 340b, Z. 19—27.

Wörtlich sind abgeschrieben:

S. 133b, Z. 18—20, die Formeln, S. 133a, Z. 34 bis S. 133b, Z. 33, von Boet. 5, 16 S. 365, Z. 26—27, S. 366, Z. 19 bis S. 367, Z. 18, S. 366, Z. 6—10; u. S. 133b, Z. 33 bis S. 134a, Z. 3 von S. 365, Z. 20—23, doch ist alles umgestellt und gekürzt,

endlich S. 143a, Z. 25—28 von Boet. 1, 1 S. 181, Z. 14—16.

Nach der Beendigung dieser philologischen Vorarbeit sind noch einige Streitfragen über den Umfang der Alia musica zu erledigen.

Gerbert S. 1, 122a, Z. 6 endet Hucbalds Harmonica institutio. Die folgende Cita et vera divisio, S. 122a, Z. 7 bis b, Z. 19, mit der die Kommentierung des Ps.-Bernelinus S. 313a, f. zu vergleichen ist, wo die fehlende Angabe über den Deuteros steht, gehört nicht zur Alia musica, obgleich sie offenbar aus der Zeit der Verarbeitung des von Rom und Byzanz vermittelten antiken Gutes stammt. Der Anfang bis Z. 19 und S. 122b, Z. 9 bis zum Ende enthält eine boetianische Monochordteilung des diatonischen Geschlechtes ohne Marken, von der in der Alia musica nirgends die Rede ist. Das Übrige bildet eine Erörterung der 3 Quart- und 4 Quintgattungen, aus denen sich der (authentische) Protus bis Tetrardus als Verbindung der 1. bis 4. Quint- mit entsprechenden Quartgattungen aufbaut, während die Subjugalen aus der umgekehrten Verbindung der tiefer liegenden Quart- und der darüber ruhenden Quintgattungen entstehen. Dieses einfache Strukturgesetz kennen Boetius, Anonymus 2 und auch die Alia musica nicht, in deren 2. und 18. Abschnitt die Ableitung der Tonarten nur aus Oktavgattungen vorgenommen wird. Hier bilden wohl Kap. 18 und 19 des von Mutianus ins Lateinische übersetzten Gaudentius die Grundlage. Doch haben sich einige Unklarheiten bei der Übertragung der 7 Oktavgattungen des Gaudentius in die 4 Doppeltropi der Byzantiner eingestellt. Während Gaudentius die 7 Oktavgattungen von H bis a aufwärts zählt und die konstruktiven Quart- und Quintgattungen in aufsteigender Skala rechnet, scheidet der fränkische Anonymus, von d bez. A ausgehend, 4 Tonarten in 4 authentische und 4 subjugale, wie schon Albinus, und nimmt die Skaleneinheiten wie Boetius absteigend. Nun mußte er notgedrungen alle Quartengattungen doppelt ansetzen, die Quintgattungen aus einer Reihe mit oben oder unten angefügten Zusatztönen ableiten und die Halbtöne anders einstellen. Eine weniger übersichtliche und weniger geschlossene

Theorie ist die Folge dieses Kompromisses. Doch erreicht die davon unabhängige Alia musica, da ihr die Beziehung auf die Quint- und Quartgattungen fehlt, weder in der Formel 6:8:12 für Authentisch, 6:9:12 für Plagal S. 128b und S. 139b, noch in den mühsamen Erörterungen der Meseverhältnisse der einzelnen Tonarten S. 127b den Gedanken dieser schlecht umgebildeten hellenistischen Theorie.

Bei Gerbert folgt dann bis S. 124a, Z. 34 eine Dimensio Monochordi, die dem Ps.-Bernelinus S. 318a entspricht und außer einer kurzen, unbedeutenden Einleitung S. 122b, Z. 20—30 und ein paar Schlußworten S. 124a, Z. 28—34 nur die gekürzten Kap. 6, 7, 9 und 10 des 4. Boetianischen Musik-Buches statt mit Monochordmarken mit vorodonischer Orgeltonschrift wiedergibt. Die chromatischen und enharmonischen Stufen werden getreulich, aber ohne Tonbuchstaben aufgeführt; und die Trite synemmenon (b) erhält genau wie die Paramese (h) zusatzlos den Buchstaben G. Die Arbeit ist wohl um 900 anzusetzen, steht aber nach Inhalt und formal wegen der Orgelnotation in keiner Beziehung zur Alia musica.

Zuletzt kommt die von H. Müller ergänzte Abhandlung Modorum sive tonorum ordo, S. 124b bis S. 125b, Z. 2. Trotzdem sie in der Pariser Hdschr. des 11. Jahrh. ohne neue Überschrift in die Alia musica überführt, ist sie eine selbständige Darstellung, die nur durch den Hinweis des letzten Satzes auf die folgenden Konsonanztheoreme äußerlich mit der neuen Abhandlung verbunden, in der Münch. Hdschr. aber überhaupt nicht vorhanden ist. Nach Müllers Ergänzung folgt bis S. 125a, Z. 19 der ursprüngliche Text, der im ergänzten Anfang mehrere Unstimmigkeiten enthält und in dem dann Z. 34—35 duo statt quinque tetrachorda und S. 125a Z. 6 das auf Z. 7 stehende Wort hyperbolaeon an die Stelle des überflüssigen Wortes synemmenon treten muß. Die 8 Tropi werden in fortlaufender Zählung nach den Tetrachorden (H—e, e—a, h—e′, e′—a′) des Systema teleion charakterisiert, wobei ohne Rücksicht auf das besonders behandelte Synemmenon-Tetrachord alle ungeradzahligen Tropi mit größerem Umfangsintervall durch 3 Tetrachorde (als authentische), alle geradzahligen (plagalen) mit Ausnahme des 8. durch die 2 Tetrachorde hypaton und meson einzeln definiert werden, doch ohne Erkenntnis dieser Zusammenhänge und ohne Zuordnung oder Benennung der Tonarten. Im 5. Tropus kommt eine unklare Andeutung von enharmonischen Intervallen vor. Die Tonhöhenangabe mit griechischen Tonnamen und eine vorübergehende Zugrundelegung des Tetrachordes besitzt auch der alte Theoretiker des Abschnittes S. 141b, doch hat sein Versuch, Vitruv und Pytha-

goras auf zahlenspekulativer Grundlage zu einen, nichts mit dieser Tropus-Tetrachordlehre gemeinsam. Die Distinktionen, von denen für jeden Tropus 3, 5 oder 6 angegeben werden, könnten der Differenzenlehre des Tonarius in der Alia musica entsprechen, unter Verzicht auf die Loca-Einteilung. Doch sind bei jedem Tropus nur wenige Noten gleich und die Melodien fehlen vollständig, so daß auch hier keine Verwandtschaft besteht.

Der anschließende Kommentar S. 125a, Z. 20 bis S. 125b, Z. 2 erläutert das Paramese-Tetrachord (Tetrachordum diezeugmenon) und legt die Distinktionen als Melodie-Gliederungsstellen aus, wobei er wie Aurelian das deklamatorische Akzentuationsprinzip an einem Beispiel durchführt. Trotz reicher Gelegenheit wird diese Frage in der Alia musica nie erörtert, so daß auch der Kommentator, der dem Aurelianischen Kreise anzugehören scheint, nichts mit ihr zu schaffen hat.

Wir haben die Unabhängigkeit der Alia musica von den vorausgehenden Traktaten erwiesen. Nun müssen wir eine zerlegende Inhaltsangabe des Traktates S. 125b, Z. 3 bis S. 147b, Z. 11 machen, um das Gewirr von ursprünglich selbständigen Abhandlungen, Zusammenarbeitungen und Kommentierungen auflösen zu können. Wir erhalten so über Bedeutungsinhalt und Zusammengehörigkeit der einzelnen Abschnitte gleichzeitig Aufklärung.

1. Abschnitt. S. 125b, Z. 4 bis S. 126b, Z. 24.

Aus den beiden Reihen 6, 8 und 12 bez. 4, 6 und 12, deren Gliederdifferenzen als Verhältniszahlen 2:4 bez. 2:6 den Zwei- und Dreifaktor enthalten, werden 5 Konsonanzen abgeleitet: 6:8 Quart (epitrita, sesquitertia), 8:12 Quint (sesquialtera), 6:12 Oktav (duplus), 6:18 Duodezime (triplus) und die Doppeloktav (quadruplus), die 6:24 lauten müßte, ohne Zahlen. Dieser bis S. 126a, Z. 34 reichende 1. Teil ist scheinbar eine wörtliche Wiedergabe vom 48. Kap. aus des Boetius Arithm. 2; nur sind die Zahlen 2, 3, 4 und 6 im Prinzip mit 2 multipliziert zu 4, 6, 8 und 12, an einigen Stellen aber, um 9 und 18 zu erhalten, mit 3 erweitert, so daß die Boetianische Darstellung sinnlos geworden ist. Während nämlich der Spätrömer in einer allgemeinen Mathematiklehre aus den beiden harmonischen Reihen 3, 4, 6 und 2, 3, 4 als praktisches Beispiel alle Intervalle nach ihren kleinsten Schwingungszahlen ableitet, indem er die im 3. Kap. der Musik 1 erörterte akustische Theorie der Abhängigkeit der Tonhöhe von der Luftstoßanzahl zugrunde legt, beginnt der fränkische Theoretiker mit willkürlich angenommenen Tonhöhezahlen, die er ohne

jede Beziehung auf eine physikalische Wissenschaft traditionell als Erklärungsprinzip übernimmt. Die wissenschaftlichen Hilfsmittel werden von ihm mechanisch gebraucht; die Zahl bleibt dieser primitiven Denkstufe trotz scheinbar abstrakter Verwendung ein konkretes Symbol. Der Theoretiker nahm diese verständnislose Erweiterung der Zahlen vor, um einen ersichtlichen Zusammenhang mit dem 2. Teil seiner Darstellung zu schaffen. Hier fügt er Stellen aus den folgenden Kap. 49 und 54 des Boetius, die zur Einordnung des Ganztones die größeren Zahlen 6, 8, 9, 12 und 16, 18 benutzen und 24 nicht enthalten, unorganisch aneinander, um 6:9:12 und 6:8:12 als besondere Formen arithmetischer und harmonischer Teilung entwickeln zu können.

2. Abschnitt. S. 126b, Z. 25 bis S. 127b, Z. 25.

Ohne Zusammenhang mit der vorhergehenden Zahlenspekulation wird die Reihenfolge der 8 Modi, Tropi oder Toni bestimmt, die sich auf die 15 Saiten des Systema teleion nach den 5 Konsonanzen verteilen. Jeder Modus wird einer Oktavgattung gleichgesetzt, und sein Ausgangston mit griechischen Tonnamen bezeichnet. Dann folgt die Erörterung der 3 Quart- und 4 Quintgattungen von e′ bis c′ bez. h aus mit absteigender Skala und unten anzusetzendem Tone nach Anonymus 2, der von Boetius abweicht, und die Erörterung der 7 Oktavgattungen von a bis g′ aus mit absteigender Skala, in Übereinstimmung mit Boetius, Mus. 1, 17—19 und mit Anonym. 2. Zuletzt steht eine Boet. 17 und Anonym. 2 vereinfachende Darstellung des Verhältnisses der einzelnen Tonarten zueinander nach dem Grundsatz, daß die Mese der Hypotonarten um eine Quart tiefer liegt als die der Haupttonarten, doch ohne daß die Hypotonarten unter dem Begriff der Plagalen gegenüber den Authentischen zusammengefaßt werden. Boetius entwickelte die 7 Oktavgattungen unabhängig von den 7 bez. 8 Transpositionsskalen (wie Ptolemäus), so daß sich die 7 nach unten verlaufenden Oktavgattungen a bis g′ in einer Mollskala, die vom Hypodorischen bis zum Mixolydischen bez. Hypermixolydischen reichenden und nach oben verlaufenden Transpositionsskalen dagegen von A bis a in einer D-Dur-Skala aufsteigend folgen. Nun vereinigte der Theoretiker, dem die Bedeutung der Transpositionsskalen wegen des Unterganges des Transpositionswesens unverständlich war, ohne Rücksicht auf einige widersprechende Angaben die beiden Anordnungen so, daß die Tonabstände der Transpositionsskalen des Hypodorischen bis zum Hypermixolydischen von A bis a, bez. von a bis a′ in die 1. absteigende Oktavenskala verlegt, ihre Namen aber den

um eine vermehrten, von a bis a′ in einer Mollskala aufsteigenden Oktavgattungen der Grundskala zugeteilt wurden. Diese Verwirrung konnte um so leichter geschehen, als sich bei spiegelbildlicher Ähnlichkeit der Skalen gleiche Halbtonfolgen ergeben, und außerdem das Quartverhältnis der Hypo- zu den Haupttonarten und der Ganztonabstand zwischen Mixolydisch und Hypermixolydisch unangetastet blieb.

1. Oktaven-Skala: a g f⌢e d c⌢H A. Alia musica.
8 Transpos.-Skalen: A H cis⌢d e fis⌢g a. Boetius.

8 Oktaven-Gattungen:	A	H	c	d
8 Modi:	Hypo-Dor.	Hypo-Phr.	Hypo-Lyd.	Dor.

e	f	g	a
Phr.	Lyd.	Mixolyd.	Hypermixolyd.

3. Abschnitt. S. 127b, Z. 26 bis S. 129a, Z. 13.

a) Obgleich die ersten Worte ein Zurückgreifen auf die Zahlenspekulation des 1. Abschnittes ankünden, wird zunächst ein neues primitives Konsonanz-Theorem mit dem Hinweis auf einen Boetianischen Satz ganz anderen Inhaltes aufgestellt: Die Quart wird durch 7 als 3+4 (statt 3:4), die Quint durch 5 als 2+3 (statt 2:3) gemessen. Dann werden auf eine ähnliche Methode wie im 1. Abschnitt 6, 8, 9 und 12 als Proportionen von 3:4 und 2:3, und 12, 18 und 24 als Vielfache von 6, 9 und 12 erwiesen, 9 und 8 aber durch ihre Faktoren 3 und 4 als Derivate von 12. Der Hypodorische Ton, der kurz darauf durch die Quint 18:12 und die inliegende Quart 16:12 charakterisiert wird, soll als ein nach einigen zitiertes Beispiel erläutern, daß die Zahl 3 von $18=6\times3$ und die Zahl 4 von $16=2\times8=2.2\times4$ in der Endzahl 12 als 4×3 enthalten ist.

b) Die daran anknüpfende Aufzählung der Zahlenverhältnisse der einzelnen Tonarten zueinander wird durch ein direkt an das Ende des 1. Abschn. anschließendes Stück S. 128b, Z. 1—14 unterbrochen. Die beiden Formen 6:8:12 und 6:9:12 werden hier als Grundtypen (melodiae) des 1. und 2. Tropos gegenübergestellt. 8:12 (a:d) bildet mit dem unten zugefügten Ganzton (c) die 1. aus der mit Dasiazeichen versehenen Commemoratio brevis bekannte Tropusformel Nonanoeane so, daß die 1. Quartengattung Boetianischer Form (a—e), dann die 2. Quartengattung (g—d) mit dem c der 3. Quartengattung den 1. Abschnitt der Formel bildet, während der 2. Abschnitt mit wechselnden Tönen der 1. Quintengattung (a—d) abschließt. 12:9 (d:g) charakterisiert die 2. Tropusformel Noeagis, die 2 Quartenkonsonanzen (d—g) und c—f) in steigender und fallender Richtung enthält. Trotz

des Fehlens einer genaueren Analyse erkennt man die Übereinstimmung mit der Commemoratio-Formel.

c) Nach diesem Einschiebsel folgt ohne jede Erörterung die Aufzählung der Zahlenverhältnisse, durch die alle 8 Tonarten charakterisiert werden. Sie stimmt bis auf 2 Fehler bei Phrygisch und Hypophrygisch für 6 und 8 genau mit der Tafel S. 143a bis S. 144b überein, doch fehlt die Hinzufügung der Intervallnamen. Den Schluß bildet als Zitat nach einem Musiker die Feststellung von 3 Konsonanzen, Oktav, Quint und Quart, im Widerspruch zu den Theoretikern des 1. und 2. Abschn., die 5 Konsonanzen kennen. Trotzdem wird nach rascher Erklärung des Begriffes Emmeles als eines nach oben oder unten hinzutretenden Ganztones, dessen Funktion ohne Nennung des Namens das kurze zum 1. Teil gehörende Einschiebsel b) brachte, auf die 15 Saiten des 2. Abschn. Bezug genommen, die etwas unklar als Doppeloktave (6:24 = a′:A) ohne Konsonanzcharakter (?) erklärt werden. Offenbar haben wir es hier mit einem Kommentator zu tun, der den Inhalt des selbständigen 2. und nicht originalen 3. Abschn. zu vereinigen sucht und sogar in Beziehung zum 1. Abschn. steht, obgleich diesem die Theorie der 5 und 7 als Konsonanzzahlen fremd ist.

4. Abschnitt. S. 129a, Z. 14 bis S. 130a, Z. 25.

Der 1. Satz kündet das Folgende als eine Expositio cuiusdam mit Kommentar an, beweist aber durch das tandem am Anfang, daß der Kommentator schon vorher am Werke war, was das Resultat des 3. Abschn. c) bestätigt. Das Kapitel handelt vom 1. Ton, der im Gegensatz zum 1. Modus des 2. Abschn. nicht als Hypodorius, sondern als Dorius bezeichnet wird. Ich verzichte jedoch vorläufig ebenso wie bei den folgenden entsprechenden Abschnitten über den 2. bis 8. Ton auf eine Analyse, um sie im Anschluß an die Rekapitulation des 24. Abschn. zu erörtern.

5. Abschnitt. S. 130a, Z. 26 bis S. 130b, Z. 33.

Die Überschrift bezeichnet den Abschnitt als Nova expositio, d. h. eine selbständige neuere Abhandlung, die vom Kommentator nicht verarbeitet wurde, wenn sich nicht die willkürliche Einstellung dieses Abschnittes durch eine spätere redigierende Hand ergibt. Da dieser Abschnitt über den ersten Tropus ebenfalls mit 7 folgenden eine in sich geschlossene Abhandlung bildet, jedoch über die 8 Tropi keine theoretischen Untersuchungen enthält, sondern einfach wie ein Tonarius die Tropusformeln und Differenzen angibt, so soll er mit den anderen im Zusammenhang am Schlusse analysiert werden.

6. Abschnitt. S. 130b, Z. 34 bis S. 131, Ende.
   a) Expositio des 2. Tons.
   b) Kommentar.
7. Abschnitt. S. 132a, Z. 1—22.
   Tonarius über den 2. Tropus.
8. Abschnitt. S. 132a, Z. 23 bis S. 133b, Z. 16.
   a) Expositio des 3. Tons.
   b) Kommentar.

9. Abschnitt. S. 133b, Z. 17 bis S. 134a, Z. 18.

Der 1. bis S. 134a, Z. 3 reichende Teil enthält die 4 Aristoxenischen Teilungen des Ganztones (24) in Halb- (12), Drittel- (8), Viertel- (6) und Dreiachteltöne (9) und deren Vereinigung zu 6 verschiedenen Quartengeschlechtern nach Boetius 5, 16, dessen einzelne Sätze willkürlich angeordnet sind. Auch fehlt das 3. bis 5. Quartengeschlecht bei der Aufzählung infolge ungenauen Abschreibens im Cod. Emeram. Da Boetius, bez. Aristoxenos, den Ganzton mit 24 annimmt, um sämtliche Unterteilungen durch ganze Zahlen ausdrücken zu können, erhält er für jede Quartengattung eine Gleichung vom Werte $60 = 2\frac{1}{2}$ Ganzton.

Der fränkische Theoretiker des 2. Teiles verstand infolge des Verfalles der Chromatik und Enharmonik von dieser Tonteilung nichts mehr, sondern sah darin eine Konsonanztheorie, auf die sich die Begriffe $7 = 3 + 4$ Quart, $5 = 2 + 3$ Quint, $12 = 2 \times 6$ Oktav und $24 = 2 \times 12$ Doppeloktav anwenden ließen. Addition und Multiplikation unterschied er ebensowenig wie Addition und Division; er setzte das eine für das andere, nahm die Ergebniszahlen statt der Proportionen für den arithmetischen Ausdruck der Konsonanz und bekam aus den Aristoxenischen Gleichungen mit Ausschaltung der auf jeder rechten Seite stehenden 60 und der ihm unbequemen 2. Gleichung, mit der Zahl 44, folgende Gleichungen:

	Aristoxenos:	Alia musica:
1)	$6 + 6 + 48 = 60.$	$48 = 2 \times 24 = 3 \times 8 + 4 \times 6 = 8 \times 6.$
2)	$8 + 8 + 44 = 60.$	. . . . .
3)	$9 + 9 + 42 = 60.$	$42 = 6 \times 7 = 2 \times 9 + 4 \times 6.$
4)	$12 + 12 + 36 = 60.$	$36 = 3 \times 12 = 2 \times 6 + 4 \times 6.$
5)	$12 + 18 + 30 = 60.$	$30 = 6 \times 5 = 2 \times 9 + 2 \times 6.$
6)	$12 + 24 + 24 = 60.$	$24 = 2 \times 12 = 3 \times 8 = 4 \times 6.$

48 und 24, Erweiterungen mit 1 und 2 von 24, wird als Doppeloktav gefaßt; 36, Erweiterung mit 3 von 12, als Oktave; 30, Erweiterung mit 6 von 5, als Quint; 42, Erweiterung mit 6 von 7, als Quart; 44, der keine Konsonanz entspricht, schaltet

der Theoretiker aus. In der Unterteilung, die alle Zahlen als Vielfache von 6, 8 und 9 darstellt und in der stets ein Glied mit dem Faktor 6 vorkommt, sucht er nochmals einzelne Summanden der Aristoxenischen Gleichungen auszudrücken, und zwar bei 3) $9+9$ als 2×9, bei 4) 12 als 2×6, bei 5) 12 als 2×6 und 18 als 2×9, bei 6) 24 als 3×8, und bei 1) ist das Produkt 8×6 aus der 8 der 2. Gleichung und der 6 der 1. gewonnen. So bildete der fränkische Theoretiker durch trügerische Analogieschlüsse und Vermengung verschiedener Rechenoperationen, deren Grundbegriffe — auf der hohen logischen Stufe griechischer Klassik entstanden — diesem primitiven Denken unverständlich bleiben mußten, das überkommene technische Begriffsmaterial zu einer für ihn brauchbaren Symbolik um.

In diesem Abschnitt werden nur 4 Konsonanzen abgeleitet, während der erste 5 Konsonanzen begründete, die auch der 2. Abschn. kennt; es fehlt die Duodezime. Offenbar ist der letzte Theoretiker gegenüber jenen beiden früheren selbständig, obgleich das Verhalten gegen die antike Theorie bei allen dreien gleich primitiv ist. Wie der 1. Satz im 10. Abschn. beweist, hat der Kommentator diesen Abschnitt schon in seiner Vorlage der Expositio vorangestellt gefunden, und so bleibt nur die Annahme übrig, daß hier die Arbeit eines dritten Theoretikers eingefügt ist, der wie der Kommentator des 3. Abschnittes c) 5 und 7 als Konsonanz- und 6 und 12 als Grundzahlen kannte, und durch Vermengung der Aristoxenischen Tonteilung mit den Pythagoräischen Schwingungszahlen eine arithmetische Konsonanzenbegründung versuchte.

10. Abschnitt. S. 134a, Z. 19 bis S. 135a, Z. 17.
    a) Expositio des 4. Tons.
    b) Kommentar.
11. Abschnitt. S. 135a, Z. 18 bis S. 135b, Z. 4.
    Tonarius über den 3. Tropus.
12. Abschnitt. S. 135b, Z. 5—25.
    Tonarius über den 4. Tropus.
13. Abschnitt. S. 135b, Z. 26 bis S. 136b, Z. 14.
    a) Expositio des 5. Tons.
    b) Kommentar.
14. Abschnitt. S. 136b, Z. 15 bis Ende.
    Tonarius über den 5. Tropus.
15. Abschnitt. S. 137a, Z. 1 bis S. 137b, Z. 27.
    a) Expositio des 6. Tons.
    b) Kommentar.

16. Abschnitt. S. 137b, Z. 28 bis S. 138a, Z. 12.
Tonarius über den 6. Tropus.
17. Abschnitt. S. 138a, Z. 13 bis S. 138b, Z. 33.
a) Expositio des 7. Tons.
b) Kommentar.

18. Abschnitt. S. 138b, Z. 33 bis S. 140a, Z. 17.

a) Eine selbständige Abhandlung über 4 Tropi beginnt mit der Darstellung der 4 von der Mese nach oben gelegenen Töne a, h, c′, d′, deren zugehörige Melodieformeln als Protus, Deuterus, Tritus und Tetrardus mit lateinischer Übersetzung bezeichnet werden. Das nach unten anschließende Pentachord (a—d) enthält die 4 Finaltöne (d, e, f, g) und das Tetrachord nach oben (d′—g′) die Endtöne der zugehörigen Oktavgattungen. Doch nimmt der Umfang einer Tropusformel außer der Oktavgattung noch einen Emmeles in Anspruch. —
Bis hierher (S. 139a, Z. 14) scheint eine alte, auf latinistischer oder byzantinischer Grundlage ruhende Abhandlung im Stile des Albinus zu gehen, die aber durch Unkenntnis der Worte Authentisch und Plagal nur mühsam das einfache Verhältnis der Doppeltropi beschreiben kann. Das Ganze nimmt sich, verglichen mit der klaren Darstellung in Hucbalds Enchiriadis, wie die primitive Vorarbeit einer bedeutend älteren Zeit aus.

b) Ein jüngerer Theoretiker, der die Worte Plagis bez. Subjugalis und Principalis kennt, kommentiert diese Abhandlung. Er bezeichnet Protus bis Tetrardus als Dorisch bis Mixolydisch, deren Berührung mit ihren Plagalen Hypodorisch bis Hypermixolydisch man an den Responsorien prüfen könne. Da die Tropi ihre Finaltöne mit den einzelnen Oktavgattungen gemein haben, schildert er die 7 Boetianischen Oktavgattungen von a bis g′ mit absteigender Skala durch die Boetianische Monochordmarkierung, wobei nur g′ als nn vom KK des Boetius abweicht, während der Boetianische Ps.-Bernelinus (S. 326—328) dafür HH setzt. Die ersten, nämlich die 4 Subjugalen, haben ihre Grenze am oberen Ende der zentralen Quinten auf a, h, c′ und d′, dagegen die Principalen ihre Finaltöne an deren unterem Ende auf d, e, f und g. Nach der Einzelerörterung des Umfanges der 4 Haupttonarten als Quint + Quart wie bei dem alten Theoretiker, kommt der jüngere zu dem wichtigen Ergebnis:

Jeder Principalis reicht von der Mese aus bis zur Unterquint und Oberquart, d. h.

12 : 8 : 6 (= d : a : d′).

Jeder Subjugalis von der Finalis aus bis zur Unterquart und Oberquint, d. h.

12 : 9 : 6 (= d : g : d′ bez. A : d : a).

Dann wird schärfer als oben der Emmeles definiert und das aus Anonymus 2 bekannte Verbot ausgesprochen, b vor oder nach h erklingen zu lassen. Es soll auf a oder c′ folgen, wie wohl die Monochordmarke (y) statt c lauten muß.

Die Monochordmarkierung*) des Kommentators läßt an eine Beziehung zu dem Tonarius der Nova expositio denken, da sie sonst nirgends in der Alia musica vorkommt. Leider ist eine leicht mögliche Abweichung nicht festzustellen, da im ganzen Tonarius kein Zeichen für g′ gebraucht ist, wodurch sich Boetius mit KK und Ps.-Bernelinus mit HH von dem nn in diesem Abschnitt der Alia musica unterscheiden. Doch macht der enge Anschluß an den 17. Abschn. für diesen Teil einen Zusammenhang mit dem Tonarius unwahrscheinlich, da dessen Stücke sonst gänzlich unverarbeitet und ausdrücklich als Nova expositio abgegrenzt sind. Außerdem enthält der Tonarius keinerlei theoretische Erörterungen, für die Tropi nur eine fortlaufende Nummerierung von 1—8 ohne Namen und kennt keine theoretische Zahlensymbolik. Die scharfe Herausarbeitung der Formeln 12:8:6 und 12:9:6 läßt an den 1. Theoretiker denken, dem die in den 2. Abschn. eingeschobene Analyse zugehörte, und der auch die Emmeles-Funktion kannte. Daß ihm Boetius geläufig war, beweist der 1. Abschn.; seine Monochordmarkierung könnte er daher haben. Wir müßten uns seine Arbeit so denken, daß er im 1. Teil die ihm später wichtigen Konsonanzzahlen durch eine Boetius-Kommentierung ableitete und in einem 2. Teile die Verbindung mit den byzantinischen 4 Doppeltropi und den späteren Tonartennamen herzustellen suchte, unter Zugrundelegung eines alten Theoretikers. Ob wirklich ihm diese Leistung zukommt oder vielleicht dem Kommentator der Expositio, können wir erst später untersuchen. Jedenfalls unterscheidet sich die Abhandlung scharf vom 2. Abschn., der fortlaufend nummerierte 8 Modi mit der Zählung 1 als Hypodorisch statt Dorisch angibt, die Begriffe Principalis und Plagis nicht kennt und die griechischen Tonnamen des Systema teleion statt der Monochordmarken hat.

19. Abschnitt. S. 140a, Z. 17—35.
Kommentar über den 8. Tropus (!).

20. Abschnitt. S. 140a, Z. 36 bis S. 140b, Z. 22.
Tonarius über den 7. Tropus.

21. Abschnitt. S. 140b, Z. 23 bis S. 141a, Z. 7.
Tonarius über den 8. Tropus.

---

*) Anm. a b c e h i m o q x y cc dd ff nn.
A H c d e f g a b h c′ d′ e′ f′ g′.

22. Abschnitt. S. 141a, Z. 8 bis S. 143a, Z. 28.

Die Überschrift weist das Folgende dem Praemissus expositor zu, ähnlich wie S. 134a das Vorausgegangene.

a) Der Anfang enthält Aufstellungen nach antiken Quellen. Für Musik und Physik soll nach Vitruv 12 Grundzahl sein. Die 4 Principales werden deshalb mit den 4 Subjugales wie die Winde durch 4 Hinzugefügte zu 12 ergänzt, ebenso die 8 Töne durch 4 Semitöne. Ferner soll die 1. und 8. Welle vor den 7 dazwischenliegenden herausklingen und die 8. als Ende der 1. Achterreihe der 9. als Anfang der 2. Achterreihe gleich sein, genau wie beim Donner nach Pythagoras (!), der die angegebenen Konsonanzen der 8 Töne als Sphärenharmonie in 5 Zonen-Proportionen entwickelt, und zwar 1:2 duplex, 1:3 triplex, 1:4 quadruplex, 5 sesquialtera und 7 sesquitertia (!).

S. 141a, Z. 30 beginnt unvermittelt eine Kommentierung dieser Sätze mit der Behauptung, daß die Oktave aus 5 Ganz- und 2 Halbtönen bestehe, wie oben gesagt sei. Doch ist davon in der ganzen Alia musica noch keine Rede gewesen, erst der folgende 23. Abschn. S. 144b bringt diesen Satz, der wörtlich bei Boetius und Anonymus 2 steht. Auch die Aufzählung von angegebenen Konsonanzen läßt darauf schließen, daß der Praemissus expositor nicht mit dem 22. Abschn. beginnt. Als Beweis für die Grundzahlbedeutung der 12 wird ihre Zerlegbarkeit in die Faktoren 3 und 4 angeführt. Ohne nähere Begründung wissen wir aus Boetius, Arithm. 2, 48 und dementsprechend aus dem 1. Abschnitt der Alia musica und aus Aurelian 6, daß die Quart 4:3 als Grundkonsonanz (princeps et vis elementi) galt. Der Theoretiker benutzt die Bedeutung des Oktavenverhältnisses, 6:12, innerhalb dessen 12:8 im Sesquialtera-, 12:9 im Sesquiterzverhältnis steht, zum Übergang auf die 5 Konsonanzen, die er in 3 einfache: Quint, Quart und Oktav teilt und in 2 zusammengesetzte: Duodezime und Doppeloktave. Diese Stelle ist durch einen Überarbeiter verderbt, der, wie wir im 22. Abschn. b) sehen werden, 6 Konsonanzen statt 5 kannte, nämlich hier die Undezime einfügte und außerdem eine Beziehung zu seiner Tropus-Theorie herstellen wollte, wobei er aus der auf S. 142b von ihm zusammenhängend aufgestellten Reihe die Hinweise auf die Tripla und den 7. Ton für die Duodezime, auf den 6. Ton für die eingefügte Undezime und auf den 8. Ton für die Doppeloktave entnahm. Nur bei einer Annahme von 5 Konsonanzen ist eine Berufung auf die 5 Zonen des Pythagoras verständlich. Dann geht der Theoretiker auf Vitruvs Sätze ein. Wind und Ton haben nach seiner Meinung in dem Luftstrom (flatus) eine vergleichbare Basis. Die 4 zu den 8 Tönen gehörenden Halbtöne erklärt er

neu als die unteren Endtöne der 4 Tetrachorde, also e′, h, e und H. Bei der Erwähnung der Identität des 8. und 9. Tones für 2 aneinandergereihte Oktaven führt er außer der Wellenerscheinung Kalenderbeobachtungen des Hyginus über die 7 und 8 an, weil ihm mit der Häufung von analogen Vorgängen die Sicherheit und Faßlichkeit des vorliegenden Falles zu wachsen scheint.

Nun werden die 5 Konsonanzen untersucht. Die 6 wird als Einheit vorausgesetzt wie bei Scotus Erigena, und jede Konsonanz als Proportion der Vielfachen von 6 dargestellt.

$$6 + 2 \times 6 = 18. \quad \text{Duplus } (6:12).$$
$$6 + 3 \times 6 = 24. \quad \text{Triplus } (6:18).$$
$$6 + 4 \times 6 = 30. \quad \text{Quadruplus } (6:24).$$
$$30 = 5 \times \mathbf{6}.$$
$$2 \times 6 + 3 \times 6 = 30. \quad \text{Sesquialtera } (12:18).$$
$$30 = 6 \times \mathbf{5}.$$
$$6 \times 3 + 4 \times 6 = 42. \quad \text{Sesquitertia } (18:24).$$
$$42 = 6 \times \mathbf{7}.$$

Nach einem später eingefügten Einschiebsel, das wieder 6 Konsonanzen kennt wie der 23. Abschn. und mit dem oben erwähnten ähnlichen Stück zusammen im 22. Abschn. b) behandelt wird, folgt die Erwähnung einer vorausgeschickten Durchführung dieser Theorie durch alle einzelnen Tropi, die sich nur auf die nachfolgenden Abschn. 23 und 24 beziehen kann, da die Überschriften den Kommentator der Exposition ausschließen. Diese Kapitel sind also der theoretischen Abhandlung vorausgegangen, wie schon die Erwähnung der Oktavteilung am Anfang behauptet. Jetzt folgt eine Erörterung der Konsonanzen-Grundzahl 12, die die aus 5 Gliedern besteht, nämlich aus 1, 6, 4, 3 und 2. Der Straßb. Cod. hat hier 6 Glieder stehen gehabt, obgleich auch er nur 5 Glieder benennt; ein Beweis, wie äußerlich die redigierende Hand des Überarbeiters verfuhr, um überall die 6 an Stelle der 5 zu setzen.

6 ist die erste vollkommene Zahl, da sie das Produkt aus 1, 2 und 3 ist; die 5 Glieder der 12 sind nach dem Prinzip ausgewählt, nur Teilzahlen der vollkommenen Zahl 6 bis zu ihr selbst einzuordnen, also auch 4 als 2×2. Die geometrisch wachsende Reihe von 6 läßt sich als eine Summationsreihe von Produkten, die nach diesen Teilzahlen von 12 wachsen, mit ungerader Gliederanzahl darstellen:

$6 = 1 \times 2 \times 3.$	3 Glieder.
$12 = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3.$	5 Glieder.
$24 = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 + 3 \times 4.$	7 Glieder.
$48 = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 6.$	9 Glieder.

Die geometrisch wachsende Reihe der Grundzahl 12 läßt sich so bilden:

$$12 = 3 \times 4 \,(\times 1).$$
$$24 = 3 \times 4 \times 2.$$
$$48 = 3 \times 4 \times 4.$$

Durch die oben abgeleiteten Gleichungen erhielt der Theoretiker die Zahlen 18, 24, 30 und 42; jetzt kommt noch 48 dazu.

Wenn wir dieses Resultat mit dem 9. Abschn. vergleichen, so ergibt sich ein offenbarer Zusammenhang zwischen den beiden Kapiteln. In beiden ist die Quart $42 = 6 \times 7$, die Quint $30 = 6 \times 5$, und die Oktav hier 18, dort $2 \times 18 = 36$. Die 48, die dort Doppeloktav ist, hat hier keinen Konsonanznamen erhalten, und die Duodezime 24 wird dort zur Doppeloktav, weil die Duodezime nicht gebraucht wird. In der letzten Abhandlung ist alles einheitlich begründet. Die vorausgehende Vitruvische Theorie soll die Bedeutung der 12 erklären, während der Ps.-Pythagoras die Auffassung der Quint als 5 und Hyginus die der Quart als 7 durch Analogieverweisung auf die 5 Zonen und die 7 Tage stützen sollen. Dann werden die 5 Konsonanzen durch die Beziehung der 6 auf 12, 18 und 24, und der 18 auf 12 und 24 als Vielfache von 6 abgeleitet, und nur die Verwechselung der Addition mit der Division wie schon vorher bei 5 und 7, gibt zu den seltsamen Zahlen Anlaß. Auch die von 6 und 12 aufgestellten Reihen sind arithmetisch richtig. Jeder theoretischen Begründung dagegen entbehren die Zahlen im 9. Abschn.; sie sind nur als eine Anwendung der hier gefundenen Theorie auf die Aristoxenisch-Boetianische Vorlage zu verstehen, um eine weitere Beziehung aufzudecken. Doch ist die primitive Denkarbeit die gleiche. Aus antiken Vorlagen, die höhere logische Fähigkeiten voraussetzen, werden durch mechanisch angewandte, mißverstandene Rechenoperationen scheinbar abstrakte Zahlenbeziehungen gewonnen, die jedoch so stark am Konkreten haften bleiben, daß die einzelne ganze Zahl als einfaches Symbol an die Stelle eines komplizierteren Beziehungsbegriffes tritt. Und obgleich die verschiedenen Vorstellungskomplexe der Tonteilung und der Schwingungszahlen bei anschaulicher Darstellung keine einfache Analogieverbindung ermöglichen, sieht der primitive Theoretiker infolge mangelnder Anschauung und einer wenig entwickelten analytischen Fähigkeit in den gemeinsamen konkreten Zahlen eine Identitätsbegründung, ohne die dabei entstehenden Widersprüche zu bemerken. Diese wenig hohe Denkstufe erklärt auch die Inkonsequenz, mit der in der angewandten Darstellung auf die Duodezime verzichtet wird. Der Theoretiker leitete sie

zuerst im Anschluß an die 5 Pythagoräischen Konsonanzen ab, konnte sie aber bei der Erörterung der Töne nicht brauchen und ließ sie deshalb bei der Vereinigung mit der Aristoxenischen Theorie leicht fallen. So konnte er 24 und 48 für die Doppeloktave verwenden, was ihm für das Verhältnis 6:12 als Oktave willkommen war.

b) Das Einschiebsel S. 141b und S. 142a beruht auf der Voraussetzung von 6 Konsonanzen; zu den 5 Pythagoräischen tritt ohne Zahlenangabe die Undezime, die nur noch ein Satz des folgenden Abschn. 23 enthält und die wohl im Anschluß an Ptolemäus hinzugefügt ist (vgl. Anonymus 1 bei Gerbert, Scrpt. 1, S. 333b, Z. 36—38). Es handelt sich also um einen fremden Überarbeiter, der einen gewaltsamen Versuch macht, die Vergrößerung der Maßzahlen für die von ihm Tropi genannten und auf 8 erhöhten Töne in Beziehung zu bringen mit der Reihenfolge der Konsonanzen. Der 1. bis 3. Tropus sind mit ihren tiefsten Tönen auf Vielfache von 6 bezogen, sie stehen:

1. Tropus im Duplus $(2 \times 6 = d)$*).
2. Tropus im Triplus $(3 \times 6 = G)$.
3. Tropus im Quadruplus $(4 \times 6 = e)$.

Der 4. bis 8. Tropus sind durch ihren Gesamtumfang charakterisiert, wobei man eine kleine Willkürlichkeit für den 6. Tropus mit in den Kauf nehmen muß. Sie stehen:

4. Tropus in Epitrite $(18:24 = a:e)$
5. Tropus in Sesquialtera $(24:36 = c':f)$
6. Tropus in Oktav + Quart $(18(!):48 = f':c)$
7. Tropus in Oktav + Quint $(24:72 = g':c)$
8. Tropus in Doppeloktave $(24:96 = g':G)$.

Die Art der Schematisierung erinnert an die Methode Aurelians im 2. Kapitel, nach der dem 1. Authentischen die Oktave, dem 2. die Quart, dem 3. die Quint und dem 4. der Ganzton zugeordnet wird; die vom Überarbeiter eingeführte Undezime kennt auch er als Konsonanz (im 6. Kap.).

Daß die ganze Reihe nicht dem ursprünglichen Theoretiker zugehört, beweist die Durchführung der Theorie in den einzelnen Tönen, die nur die einfachen Konsonanzen Oktav, Quint und Quart benutzt. Die Doppeloktave kommt als Gesamtumfang nicht in den Melodien vor, und die Duodezime scheidet nach dem 9. Abschn. aus. Die Undezime aber ist dem System so fremd, daß sie nicht einmal eine Zahl erhalten hat.

---

*) Zu den Tonhöhen vgl. die Tabelle S. 40.

c) S. 142b, Z. 27 schließt ein Kommentator an, der genau wie im 3. Abschn. a) eine Beziehung zwischen 12, 8 und 9 durch 4 und 3 herstellt und dann die Begriffe von einfachen und zusammengesetzten Konsonanzen durch ein Beispiel aus der Grammatik erläutert. Da er dabei auf die Tropi des Einschiebsels verweist, muß ihm das Ganze schon in dieser Überarbeitung vorgelegen haben. Nebenbei fällt eine seltsame Bemerkung über das Lydische ab, das nach Boetius die einfache Grundtonart gewesen sei; diese Behauptung trifft für die römische Kaiserzeit zu und ist wohl ein vereinzelter Erinnerungsrest. Die Erwähnung des Responsoriums Universi, qui te, das als hypodorisch mit Duodezimen-Umfang dem 2. zusammengesetzten Tropus zugewiesen wird, erweist den Verfasser dieses Schlußstückes als den Kommentator zur Exposition, da ausdrücklich mit den Worten ut dictum est auf die gleiche Stelle bei dem Kommentator S. 131b verwiesen wird, so daß wir ihm den unselbständigen 3. Abschn. a) und c) und den 22. Abschn. c) gesichert zuteilen können.

23. Abschnitt. S. 143a bis S. 144b, Tafel und S. 144b bis S. 145b, Z. 10.

Die Tafel ist nichts als eine textlose Verkürzung der folgenden Abhandlung. Diese beginnt mit dem im 22. Abschn. a) zitierten Satz von der Oktave als 5 Ganz- und 2 Halbtönen, und spricht zwar von 5 Proportionen, aber 6 Konsonanzen. Die oberflächliche Korrektur der 5 Konsonanzen in 6 ist sofort als Werk des Überarbeiters zu erkennen. Alles Andere ist nur ein zusammenfassender Auszug der Zahlenbeziehungen jedes einzelnen Tones aus der Erörterung mit Melodiebeispielen, woraus die Rekapitulation besteht, der letzte 24. Abschnitt, S. 145b, Z. 15 bis S. 147b, Z. 11. Von ihm weicht der Auszug im 7. Ton und durch Hinzufügung eines Stückes vom 8. Ton ab.

Bei der Analyse der Rekapitulation geben wir zugleich den Inhalt des 23. Abschnittes, der auf die Abschn. 4a), 6a), 8a), 10a), 13a), 15a) und 17a) verteilten Exposition und der Karlsr. Hdschr. an und behandeln danach ihre Abweichungen und Abhängigkeit voneinander.

Alle Töne werden durch die Konsonanzverhältnisse einer verschiedenen Anzahl von gleichlautenden Zahlengliedern, nämlich 12, 6, 8 und 9 so charakterisiert, daß sowohl ihre konstituierenden Formelkonsonanzen wie das Verhältnis der Töne zueinander durch diese Zahlen ausgedrückt sind. Außer einer Aufzählung mehrerer Melodieanfänge von gregorianischen Kirchengesängen für den 1. bis 6. Ton, werden die charakteristischen Konsonanzen im 1.

und 2. Ton an einzelnen Melodien aufgewiesen. Der 7. und 8. Ton, die offenbar in der ursprünglichen Anlage nicht vorhanden waren, haben weder Melodiebeispiele noch eine übereinstimmende Zahlentheorie.

Der 1. Ton hat die Oktav $6 + 12 = 18$ (! 6 : 12), die Quint $8 + 12 = 20 = 4 \times 5$ (! 8 : 12) und die Quart $9 + 12 = 21 = 3 \times 7$ (! 9 : 12).

Die Quint wird so als 20 berechnet:

$4 \times 2 = 8$; $4 \times 3 = 12$. $8 + 12 = 4 \times 5$. $5 = 2 + 3$ (!).

Die Quart als 21 so:

$3 \times 3 = 9$; $3 \times 4 = 12$. $9 + 12 = 3 \times 7$. $7 = 3 + 4$ (!).

Die Melodien haben also entweder die Oktave 6 und 12, die Quint 5 und 10 oder das Quartentotum 7.

Der 2. Ton hat die Quint $3 \times 6 + 12 = 30$ bez. $2 \times 9 + 12 = 30$ (! 18 : 12) und die Quart $2 \times 8 + 12 = 28 = 4 \times 7$ (! 16 : 12).

Die Melodien haben also entweder das Quintentotum 10 bez. 5 oder das Quartentotum 7.

Während die Oktave des 1. Tones 6 : 12 ist, würde sie im 2. 9 : 18 bez. 8 : 16 lauten. Ein Verlassen dieser Lage zugunsten der Lage 6 : 12 wäre also eine Modulation vom 2. in den 1. Ton.

Der 3. Ton hat die Oktav $4 \times 6 + 12 = 36 = 3 \times 12$ (24 : 12 !) bez. $3 \times 8 + 12 = 36$ und die Quint $2 \times 9 + 12 = 30$ (12 : 18 !).

Die Melodien haben entweder die Oktav 6 : 12 oder die Quint 30, als Vielfache von 5 bez. 10.

Für die Gleichungsseite $4 \times 6 + 12$ stand im 1. Ton einfach $6 + 12$, womit 2A und die Lage der Halbtöne im 3. und 4. Ton zusammenhängen sollen.

Der 4. Ton müßte eigentlich $3 \times 6 + 2 \times 12 = 42$ als 1. Gleichung haben. Da aber kein gemeinsamer Faktor, sondern 3 und 2 die beiden Summanden verbinden, so ist die Gleichung unbrauchbar. Die Quart hat also $3 \times 6 + 3 \times 8 = 42$ bez. $2 \times 9 + 2 \times 12 = 42$ (! 18 : 24).

Die Melodien haben nur die Quart 7.

Der 5. Ton hat die Quint $3 \times 8 + 3 \times 12 = 60$ bez. $4 \times 6 + 4 \times 9 = 60$ (! 24 : 36) und die Prim (diapason) $4 \times 9 = 3 \times 12 = 36$ bez. $4 \times 6 = 3 \times 8 = 24$.

Die Melodien haben die Quint 10 und die Prim 12.

Der 6. Ton hat die Quint $6 \times 6 + 2 \times 12 = 60$ bez. $4 \times 9 + 4 \times 6 = 60$ (! 36 : 24) und die Oktav $3 \times 8 + 2 \times 12 = 48$ bez. $6 \times 6 + 4 \times 9 = 72$ in Expósition und Rekapitulation

Die Melodien gehen entweder durch die Oktav 6 und 12 oder die Quint 10.

Der 7. Ton hat die Proportionen des 4. und 5., d. h. Quart und Quint; in eigener Proportion nach der Exposition die Oktav $4 \times 12 = 48$, nach der Rekapitulation die Oktav $12 \times 12 = 144$, die nach Abschn. 23 und der Karlsr. Hdschr. aus $8 \times 6 + 6 \times 8 + 4 \times 12$ besteht. Das Glied 9 fehlt.

Der 8. Ton hat wieder die Proportionen des 4. und 5., wobei Abschn. 23 durch Berechnung der Quint als $2 \times 60 = 120$ mechanisch etwas Neues zu bringen sucht, während Rekapitulation und Exposition überhaupt keine Angaben haben, Karlsr. Hdschr. und Tafel S. 144b mit den fremden Proportionen aufhören.

Die Tafel S. 143a f. hat für die 8 Töne die Bezeichnungen Dorisch bis Hypermixolydisch, die in die Exposition vom Kommentator eingetragen zu sein scheinen. Der 23. und 24. Abschn. sind ohne nähere Bezeichnungen, die Karlsr. H. dagegen hat byzantinische Tonformeln und -namen. Doch enthalten Expos. und Rekap. die Worte authentisch und plagal bei der Erklärung der beiden A im 3. Ton.

Daß die Tafel und Abschn. 23 nur zusammenfassende Auszüge sind, ist zweifellos; sie enthalten in dieser knappen Form unverständliche, nirgends entwickelte Ergebnisse. Eine unveränderte Vorlage können jedoch weder Rekap. noch Expos. gewesen sein, da diese nichts über den 8. Ton enthalten. Andererseits stimmt die Karlsr. H. in allem mit Tafel und 23. Abschn. überein, auch in der Abweichung des 7. Tones gegenüber Rekap. u. Expos. Wir können also die Tafel und den 23. Abschn. endgültig als Auszüge aus der Karlsr. H. oder einer ihr vollkommen entsprechenden Vorlage ansehen.

Die Expos. u. Rekap. sind handschriftlich aus dem 10. Jahrh. erhalten, die Karlsr. Form aus dem 12. Jahrh. Während die Arbeit des ursprünglichen Theoretikers offenbar nur bis zum 6. Ton reichte, für den Zahlen und Melodien noch einheitlich bestimmt sind, enthalten schon Expos. u. Rekap. unklare Bestimmungen für den 7. Ton; die Karlsr. Form mit ihren Auszügen aber fügt noch schematisch und unfertig den 8. Ton ohne eigene Zahlbestimmungen hinzu. Daß die Expos. unmöglich eine Abschrift des Kommentators aus der Vorlage der Karlsr. H. ist, beweist der nicht vorkommende Schreibfehler LXV statt X vel V im 2. Ton, der dort und in der Rekap. steht. Der betreffende Kommentator oder Überarbeiter, der bei der Expos. stillschwei-

gend diesen Fehler ausmerzte, hätte ihn nicht in der Rekap. stehen lassen. Andererseits kann die Rekap. unmöglich eine einfach abgeschriebene Zusammenstellung der Expos. sein, da dieser im 1. Ton am Anfang ein Teil der unbedingt notwendigen Theorie fehlt, den die Rekap. enthält. Aber auch die Karlsr. Form ist keine überarbeitete Abschrift von Expos. oder Rekap. Mit der Rekap. hat sie den sinnlosen Schreibfehler LXV gemein, kann also nicht von der Expos. stammen, mit der Expos. aber viele bessere Lesarten, so daß sie auch nicht von der Rekap. abgeschrieben sein kann.

Zeit der erhaltenen Abschriften, unorganisches Anwachsen der Abhandlung und alle inneren und äußeren Gründe zwingen zu der Annahme, daß die erhaltenen Formen der Expos. u. Rekap. von einer gemeinsamen älteren Quelle abstammen, die als Überarbeitung des nur 6 Töne behandelnden Urtraktates mit Einfügung des 7. Tones schon in mehreren Exemplaren vorhanden war, von denen eines den berüchtigten Schreibfehler hatte. Von diesem Exemplar leiten Rekap. und später die Karlsr. H., die auch 144 im 7. Ton gegenüber der 48 in der Expos. gemeinsam haben, ihre Abstammung her. Doch lagen die Auszüge des 23. Abschn. nach der Karlsr. Form schon im 10. Jahrh. handschriftlich im Münch. Cod. vor.

Bei der Bedeutungserörterung der scheinbar so seltsamen Bestimmungen über die 6 bez. 8 Tonarten, werden wir am besten die Beziehungen zu den anderen Abschnitten aufsuchen und für jeden Ton den Inhalt des Kommentars berücksichtigen, um eine doppelte Darstellung zu vermeiden.

Offenbar liegt uns hier die vom Theoretiker des 22. und 9. Abschn. angekündigte Durchführung seiner Theorie durch die einzelnen Töne vor. Oktav, Quint und Quart sind die grundlegenden einfachen Konsonanzen. 18 als 6:12, 36 und 72 für die Oktav; 20, 30 und 60 für die Quint und 21, 28 und 42 für die Quart. Die zusammengesetzte Duodezime ist schon im 9. Abschn. fallen gelassen worden; hier auch die zusammengesetzte Doppeloktave. Diese Intervalle kommen im gregorianischen Gesang nicht vor, wie der Anonymus 2 sagt. 18 enthielt der 22., 36 der 9. Abschn. für die Oktav; 30 und 42 enthielten beide für Quint und Quart. 60, die im 9. Abschn. als allgemeine Zahl gegeben ist, wird als Verdoppelung von 30 zur Quint, 72 als Verdoppelung von 36 Oktav. 20 wird ausdrücklich als 4×5, 21 als 3×7 und 28 als 4×7 mit Angabe der Rechenoperation abgeleitet, während die Ableitung der in den früheren Abschnitten vorkommenden Zahlen vorausgesetzt wird. Um den Gedankengang der Gleich-

setzung von Zahlen und charakteristischen Tonformeln zu verstehen, müssen wir zu den einzelnen Tönen übergehen.

Im 1. Ton soll in der Melodie Rorate coeli der 1. Abschnitt die Oktave 18, d. h. 6:12, enthalten, der 2. Abschnitt die Quint 20, d. h. 8:12, der 3. Abschnitt die Quart 21, d. h. 9:12.

Tatsächlich hat der 1. Abschnitt Rorate bis desuper die Oktav 12:6 = d:d′ als Umfang, da der Emmeles c nicht gezählt ist, der 2. Abschnitt et pluant bis aperiatur die Quint f:c′, die für die Quint 12:8 = d:a eintritt und die Zahl 10 statt 5 erhält, der 3. Abschn. die Quart 12:9 = d:g, wobei wieder der Emmeles c nicht gezählt ist. Daß die anderen angegebenen Melodien nach ähnlichem Typus gebaut sind und nur in den Umfängen ihrer Einzelabschnitte voneinander abweichen, sollen ein paar Beispiele belegen. So enthält der Introitus Justus es im 1. Abschn. bis Domine die Quint 5 = d:a als Gesamtumfang, im 2. Abschn. et rectum bis tuum die Quint 10 = f:c′ und im 3. Abschn. die Oktav 12:6 = d:d′. Die Noct.-Antiphone Traditor autem enthält als Gesamtumfang die Quint 5 = d:a, im letzten Abschnitt ipse est, tenete eum nur die Quart 7 = d:g. Daß in der Exposition für Urbs fortitudinis die Melodie Posuerunt super caput eingetreten ist, wird uns später beschäftigen. Es sind also die Abschnitte in den einzelnen Melodien verschieden, manchmal werden die Umfangskonsonanzen zwei- oder dreimal erreicht, manchmal kommen sie überhaupt nur im Verlaufe der ganzen Melodie, nicht in ihren einzelnen Abschnitten vor; immer aber lassen sich die charakteristische Oktav 12:6 = d:d′ oder die Quint 5 bez. 10, d:a bez. f:c′ oder die Quart 7, d:g feststellen. Der seltsame Ausdruck Quartentotum für Quarte stammt als tota diatessaron aus dem Aristoxenos-Boetius (Boetius, De Instit. musica S. 366, Z. 2 u. 6), wo eine Quart die Einheit für alle Intervalle der 6 Geschlechter, also tatsächlich das Ganze bildete. Der Theoretiker hat diesen Ausdruck, ohne ihn zu verstehen, übernommen und zuerst ganz richtig nur für die Quart angewandt, aber schon vom 2. Ton an unterschiedslos auch für Quint und Oktav.

Nach dem Zitat des 2. Drittels der Vorlage erklärt im 4. Abschn. der Kommentator richtig, daß die Zuordnung der Antiphonenabschnitte zu den einzelnen Konsonanzen das Thema sei. Er gibt als Grenze der Oktave 6:12 Lichanos hypaton (d) und Paranete diezeugmenon (d′) an, indem er ausdrücklich den vorausgenommenen Emmeles (c) ausschließt. Die Quint ist nach ihm 6:9 und die Quart 9:12; doch fehlt beiden eine Tonhöhenangabe. Oktav, Quint und Quart hängen nach dem Kommentator so zu-

sammen. 6 und 12 sind ihm (wohl nach dem Theoretiker des 22. Abschn.) selbstverständlich Grundkonsonanzen, zu denen 4 und 3 als wichtige Faktoren gehören (wie schon im 3. Abschn. a) erklärt ist). 9 ist durch die gleiche Entfernung 3 von 6 und 12 bestimmt; also ist $9 = 12 - 3$. Andererseits ist 6 von 4 und 8 um 2 entfernt; also ist $6 = 8 - 2$. $9 = 12 - 3$ und $6 = 8 - 2$ ergibt nach ihm $9:6 = 3:2$, weil auf einer Seite der Gleichung 9 und 6 stehen, auf der anderen die Quintverhältniszahlen 3 und 2 abgezogen werden; also ist 9:6 Quint. Teilt man nun in der 2. Gleichung 8 und 6 durch den Subtrahenden 2, so erhält man die Quartverhältniszahlen 4 und 3; also ist 8:6 Quart. Ähnlich wird 9:12 für die Quart abgeleitet. Der Kommentator, dem die allgemeinen Begründungen der anderen Abschnitte nicht genügen, versucht so nach den Prinzipien des 1. Abschn. durch abstrakt arithmetische Umformungen die Ergebnisse der vom kommentierten Theoretiker an praktischen Melodiebeispielen gewonnenen Resultate nochmals zu befestigen, wobei er äußerst ungeschickt die willkürlichen und falschen Operationen vermehrt, ohne jedoch die Abweichung der Quint f:c′ von d:a erklären zu können. Mit den 4 einfachen, ganzen Pythagoräischen Konsonanzzahlen ist natürlich das Verhältnis mehrerer nebeneinanderliegender Ganz- und Halbtöne nicht darzustellen. Der Urtheoretiker hatte sich hier durch eine kindliche Methode zu helfen gewußt. Er verdoppelte die Quint 5 für d:a, um die Verschiebung der Lage anzudeuten; f:c′ ist für ihn 10. Wie wenig aber der Kommentator, der mit Gottes Hilfe etwas Licht in die alte Abhandlung bringen wollte, das System verstand, zeigt die Verwendung der 6:9 als Quinte, die mit ihrer Quersumme 15 nirgends erklärt ist, während der Theoretiker 12:8 als 20 sorgfältig begründet hatte. An der Einmengung der 6:9 wird das vom Kommentator hinzugefügte Beispiel der Alleluja-Melodie die Schuld tragen, da in ihm der Abschnitt in arundineto tatsächlich von 6 bis 8 bez. 9, d. h. von d′ bis a bez. g reicht. Deshalb erklärt er auch die Quint als Quart + 1 Ton, wie es der Theoretiker des 2. Abschn. tat, der keine Zahlen verwendet. Außer einem Hinweis auf die folgenden Töne enthält der Kommentator nur noch die Erklärung, daß, der 5 analog, 10 aus 4 + 6 als Vielfachen von 2 und 3 bestehe.

Im 2. Ton gibt es keine Oktave, nur die Quint $18:12 = d:a$ bez. G:d und die Quart $16:12 = A:d$ bez. d:g, wie die Melodien ausweisen. Während z. B., abgesehen von den gleichen Intonationen, der Introitus Veni et ostende bei der Stelle Domine qui sedes in die Quartenlage A—d hinabsinkt, benutzt Ecce advenit nur

die höhere Quintlage d—a; die Noct. Antiph. Omnipotens servus hat den Quartenumfang d—g. Der Theoretiker braucht seine Zahlen in relativen Lagen; 16:12 ist sowohl die Quart A:d als auch g:d; eine feststehende Tonhöhenbedeutung wird von ihm bei den einzelnen Ausführungen nicht berücksichtigt. Und doch besaß er zur Bestimmung der Verhältnisse der Tonarten ein System mit nach der Tiefe zu wachsenden Zahlen, wie seine Ausführungen über das Verhältnis vom Dorischen zum Hypodorischen beweisen. Das Dorische hat die Grundzahlen 6, 8, 9 und 12; das Hypodorische 12, 16 und 18, wozu, wie er bemerkt, als Oktave 24 zu ergänzen wäre. Setzen wir die aus den Melodien gefundenen Töne dafür ein, so erhalten wir:

Dorisch: $6:8:9:12 = d':a:g:d.$
Hypodorisch: $12:16:18 = d:A:G,$

d. h. das normale Verhältnis von authentischem und plagalen Protos als d':d und a:A bez. g:G. Es galt für ihn, diese Skala auf die Zahlen 6, 8, 9 und 12 zurückzuführen, weil sie nach den Untersuchungen des wohl älteren Theoretikers des 1. Abschn. allein durch Boetius bez. Ps.-Pythagoras arithmetisch gerechtfertigte Grundzahlen waren. Und so führte er 18 auf 3×6 bez. 2×9 und 16 auf 2×8 zurück. Daß er das Verhältnis der beiden Ton- bez. Zahlenreihen so auffaßte, beweist seine Behauptung, daß man aus dem Hypodorischen ins Dorische moduliere, wenn man aus der Oktave 16:8 in die Oktave 12:6, also von A:a in d:d' gerate. Der Theoretiker selbst hat diese Zuordnung von Zahlen und bestimmten Tonhöhen nicht erfunden, sondern aus antiker Tradition übernommen, doch ohne das zugrunde liegende physikalische Obertonprinzip zu verstehen, wie wir bei der Untersuchung des Deuteros sehen werden.

Einen Entwicklungsweg der Zahlen-Buchstabenskala können wir noch verfolgen. Die griechische dorische Haupttonart, durch die Töne e':h:a:e charakterisiert, wurde in der Spätantike von dem nicht real gebrauchten Ton h''', der vierfachen Oktave von der alten Hypate hypaton H, in richtiger Untertonfolge abgeleitet:

$$h''':h'':e'':h':e':h:a:e:H$$
$$= 1:2:3:4:6:8:9:12:16.$$

Daß sich diese Skala mit gleicher Zahlenbezeichnung bis zum fränkischen Mittelalter erhalten hat, beweist eine im Cod. 14272 in München, S. 173 an den oberen Rand über den Beginn der Commemoratio geschriebene Zahlen- und Tontabelle, die in vorodonischer Tonbuchstabenschrift und ohne Oktavenunterschied $h = 8$, $a = 9$, $e = 12$, $h = 16$, $a = 18$ usw. verzeichnet. Sie stimmt genau mit der vom Ps.-Bernelinus (G. S. 1, S. 316 f.) kommentierten

Tabelle überein. Wie wenig der fränkische Tabellenverfertiger oder -abschreiber vom eigentlichen Sinn der Zahlen verstand, zeigt der Beginn mit h = 8 und die Hinzufügung von mit so kleinen Zahlen nicht real ableitbaren Ganz- und Halbtönen, mit sich im Oktavenverhältnis widersprechenden Zahlen. Von der ursprünglichen Tabelle scheint noch die klare Formulierung byzantinischen Ursprungs zu stammen, die der Theoretiker des 1. Abschn. für Noeane und Noeagis als 6:8:12 und 6:9:12 angibt, aber mindestens im 18. Abschn. mißverständlich auf die neue Tonartenfolge bezieht. Nach einer vorübergehenden, in Byzanz entstandenen Auffassung vom Dorischen als C-Dur-Tonleiter bildete sich im fränkischen Kulturkreis eine neue, grundlegende Anschauung aus. Die von Byzanz übernommene Theorie von authentischen und plagalen Tonarten ward von dem Theoretiker des 2. Abschn. der Alia musica mit Zurückgehen auf Boetius durch eine Verwechselung so gedeutet, daß die tiefste Tonart Hypodorisch von A bis a und die zu ihr gehörige Dorische von d bis d′ reichte. Man übernahm nun die für die alte dorische Tonart geltenden Zahlen, die traditionelle Autorität besaßen, aber deren Bedeutung man ohne die zugehörige physikalisch-akustische Theorie nicht verstehen konnte, und übertrug sie auf die neue dorische Tonart so, daß die alte Grenze des Dorischen, e′ = 6, der neuen Grenze, a′ = 6, entsprach, und a′ : A = 6 : 24 zum gemeinsamen Umfang für die ganze bekannte Tonreihe von 15 Saiten und für den Protos, also Dorisch + Hypodorisch, wurde. Die Reihe, wie sie der Kommentator wirklich als grundlegende Skala benutzt, lautete nun:

$$\begin{aligned} &a' : e' : d' : a : e : d : A \\ &= 6 : 8 : 9 : 12 : 16 : 18 : 24, \end{aligned}$$

die in a′ : a = 6 : 12 als dorischer und a : A = 12 : 24 als hypodorischer Bereich abgegrenzt werden konnte.

Anders war der Theoretiker der 6 Töne vorgegangen. Bei seiner Untersuchung der gregorianischen Melodien fand er, daß die dorischen nach Abzug des Emmeles eine Oktave als Höchstumfang besaßen, die hypodorischen nur eine Quint. Dorisch war für ihn als d′ : d charakterisiert und für Hypodorisch die tiefste Lage der Skala bezeichnend, so schloß er d—G als hypodorische Quinte an. Dann setzte er, da die Zahlen ihre Untertonbedeutung für die relativ primitive Denkstufe der fränkischen Kultur eingebüßt hatten und einfache Symbole geworden waren, Dorisch, das früher für e′—e als 6:12 bestimmt war, für d′—d als 6:12 fest und fügte d—G als 12:18 für das Hypodorische hinzu. Allerdings wurden dann andere Quinten- und Quartenintervalle, deren Grenztöne nicht mit G, A, d, g, a oder d′ zusammenfielen, durch die

primitive Hilfsmethode einer Verdoppelung der Intervallsumme dargestellt, was bei dem Mangel an einer Buchstabenbezeichnung für eine bestimmte Tonhöhe leicht möglich war; kannte der Theoretiker doch außer dem nicht-konsonanten Ganzton 8:9 bez. 16:18 kein kleineres Intervall als die Quarte.

Der Kommentar erläutert zunächst das Verhältnis der Haupt- und Nebentonarten als zusammengehörig und gibt dann mit klaren Worten an: In diesem Plagalton ist 24 Proslambanomenos (A), 18 Lichanos hypaton (d), 12 Mese (a) und 6 Nete hyperbolaeon (a′). Das Quartenverhältnis zum Dorischen zitiert er nach dem 2. Abschn. und stellt dann als Abweichung zwischen seiner Grundskala und der des Urtraktates auf: Die Paranete diezeugmenon des Hypodorischen (d′ = 9) wird dort im Dorischen Mese (d′ = 6). Als Ableitung zitiert er einen Teil aus dem 1. Abschnitt, den er ahnungslos nach der dortstehenden Angabe dem Boetius zuschreibt, ohne die entstellende Überarbeitung zu merken. Dann analysiert er die Melodie Universi qui te. Das Responsorium selbst bewegt sich durch die hypodorische Oktave 24:12 von A bis a. Sein Psalmvers aber, der mit der aufsteigenden Quintfigur 18:12 = d:a auf dem Worte vias beginnt, steigt an mehreren Stellen bis zur dorischen 9 hinauf, d. h. d′, so daß er den Umfang 18:9 = d:d′ hat. Das angeführte Respons. Circumdederunt me kennen wir nur als Introitus des 5. Tones, wo es die Alia musica selbst angibt.

Der 3. Ton hat die Oktave 24:12 = e:e′, und die Quint 18:12 = a:e′ bez. h:e. Die Introiten Confessio und Cognovi domine gehen zwar von e nur bis d′ statt e′, doch rechnet der Theoretiker dafür die ganze Oktave, da er d′ nicht zahlenmäßig ausdrücken, doch hier auch nicht als Emmeles fassen kann. Sonst ginge der charakteristische Unterschied gegen die Quinten-Melodiebildung mit e:h + c bei den letzten Abschnitten der beiden Introiten verloren, ebenso wie in dem Respons. Quando natus es, das nur auf dem Worte pluvia das d′ erreicht. Keine der Melodien sinkt unter den Emmeles d, keine übersteigt die Oktave e′ bez. d′.

Auf welchem Wege der Theoretiker zu den Zahlen 24:18:12 = e:a:e′ gekommen ist, obgleich 18:12 im 1. und 2. Ton gleich G:d und a gleich 8 ist, sagt er in den ersten Worten, die von den beiden A handeln. Die Schwierigkeit bestand für ihn darin, h, das im 4. Ton Proslambanomenos wird, in seine Tabelle einzuordnen. Weder e noch h, die zentralen Töne des Deuteros, kamen im Protos vor oder ließen sich durch eine einfache Konsonanzzahl darstellen, wenn d′ als 6 Ausgangs-

ton blieb. Er griff zu einem äußerst einfachen Hilfsmittel: Der Protos enthielt als oberste Grenze d′ = 6; e′, die oberste Grenze des Deuterus, lag höher, sie mußte durch eine größere Zahl und ein einfaches mathematisches Verhältnis ausgedrückt werden. Die Verdoppelung für den Deuterus erschien dem unwissenschaftlichen Denken als die nächste Lösung, da weder für den Terz- noch den Ganztonbegriff Pythagoräische Konsonanzzahlen von ihm angewendet werden konnten. Und so wurde e′ = 12 gesetzt. Außerdem ergab das mit b transponierte Hypophrygisch, das nur eine Quart umfaßte, die gewöhnlich in den Melodien vorkommende Lage e:a statt H:e. Doch kommt auch im nichttransponierten Phrygischen statt des h oft das b vor, und so konnte der Theoretiker, der von den Melodien ausging und nur die konstituierenden Konsonanzintervalle berücksichtigte, zunächst h:e nicht als zentrale Quinte anerkennen, sondern nahm, um im authentischen Ton die Quinte zu erhalten, e′:a als 12:18 an, das er dann unbekümmert wie bei den Melodien des 1. Tones und des 2., auch auf andere Intervalle bezog, hier eben auf e:h. Ihm genügte die Ableitung der Zahlenformeln; bei der Melodieanalyse wandte er die für das transponierte Phrygisch und Hypophrygisch gewonnenen Zahlen einfach auf die nichttransponierten Tonarten an und hielt damit das schwierige Problem für gelöst. Da er das Hypodorische durch 18:16:12 = G:A:d charakterisiert hatte, konnte keine Verwechselung entstehen mit den Formeln für das Phrygische 24:18:12 = e:a:e′ bez. A:d:a und für das Hypophrygische 24:18 = e:a bez. H:e. Unter diesen Voraussetzungen wird auch der schwierige 1. Satz des 8. Abschn. verständlicher; er lautet:

Der 3. Ton hat 2 A (Proslambanomenoi A und e), eines (A) wegen des Umfanges des authentischen Deuteros (A—a), das andere (e) wegen des Plagalen von ihm, in dessen Oktave (e—e′) er (der Authent.) seinen (nichttransponierten) Halbton (h) hat, während er den anderen (transponierten) Halbton (B) in der Oktave des 2. Tones (A—a) wegen des Drei- und Vierfachen hat, wegen der 24 (A) zur einfachen 6 (d′) im 1. Ton.

Daß der Theoretiker h bez. B einfach mit dem Wort semitonium ausdrückt, ist für seine Zeit nicht auffällig. Er benutzt weder griechische Tonnamen noch bestimmte Tonbuchstaben, und auch das von ihm an dieser Stelle allein verwendete A bezeichnet wie bei Boetius keine bestimmte Tonhöhe, sondern allgemein den Proslambanomenos; der Kommentator setzt dafür O ein und erklärt es mit der relativen 12 als Mese, d. h. als Oktave des Proslambanomenos. In der oben besprochenen Tabelle des Münch. Cod. 14272 S. 173 sind chromatische Halbtöne

zahlenmäßig berechnet, aber mit den Buchstaben der nichtalterierten Töne bezeichnet. Auch die von mir im Anfang analysierte Dimensio monochordi (G. S. 1, S. 122b) enthält für Paramese (h) und Trite diezeugmenon (b) die richtigen Boetianischen Zahlen, bezeichnet aber beide mit dem vorodonischen, nicht unterschiedenen G. Das Wort semitonium war an dieser Stelle, die nach des Autors Gedankengang von transponierter und nichttransponierter Skala handelte, klar als h und B erkennbar; er brauchte nicht erst nach einer deutlicheren Beschreibung zu suchen.

Der Kommentator macht einige Erklärungsversuche. Zunächst setzt er O für A ein und behauptet, daß man es für die Mese 12 brauche, die aber nur in seiner Grundskala gleich O ist, während sie im Phrygischen dd (= e′) ist. Dann stellt er das Verhältnis des Hypodorischen, Phrygischen und Hypophrygischen wieder mit griechischen Tonnamen fest, nennt ihre Oktavgattungen und bezeichnet die phrygische Mese e′ und die hypophrygische, h, als die beiden 12. Als 1. Halbton sieht er die hypophrygische Mese h an, die, in der Formelbestimmung H:e nicht enthalten, in die Oktave des Phrygischen e:e′ falle. Der 2. Halbton ist der phrygische Proslambanomenos, e, der mit der Hypate meson des 2. Tones zusammenfällt, und von dem auch der 4. Ton seinen Ausgang nimmt; ein Betonen der Quinte soll dem Tone wegen seiner chromatischen Weichheit eignen.

Als Einzelerklärungen scheinen die Annahmen des Kommentators einigermaßen zu befriedigen, obgleich kein innerer Zusammenhang zu ersehen ist. Gerade auf den Grundgedanken, die Begründung der Zahlenzusammenhänge der Töne, geht er nicht ein. Bei der sonstigen knappen Ausdrucksweise des Urtheoretikers wäre die umständliche Darstellung der Halbtonverhältnisse seltsam, wenn eben nicht besonders komplizierte Verhältnisse vorlägen. Über den Zusammenhang der 24 und des 2. Tones weiß der Kommentator keinen rechten Aufschluß zu geben. Außerdem spielt bei der Zahlbestimmung im Phrygischen nicht der Halbton h, sondern zunächst der Ton a als Quint zu e′ in 18:12 die entscheidende Rolle; erst durch eine spätere Umdeutung der Lage kommt h in Betracht. Wenn der Kommentator dann zur Erläuterung des Verhältnisses der $24 = 4 \times 6$ bez. 3×8 zur einfachen 6 und 8 des Dorischen das Ganztonverhältnis zwischen Lichanos hypaton des Dorischen $18 = 3 \times 6 =$ d und Proslambanomenos des Phrygischen $24 = 4 \times 6 =$ e heranzieht, so rechnet er dabei $3:4 = 9:8$ (!), während der Urtheoretiker ohne diese kühne Gleichung, die von seiner Operationsbasis abweicht, auf spekulativem Wege über die Transposition zu seiner Formel

kam. Der Kommentator erläutert dann die Tropusformel Aianeoane, von der in der Abhandlung des Theoretikers nirgends die Rede ist; doch steht ihr Name in der Karlsr. Form wie bei allen Tönen auch hier, und zwar als Ayneoane, während der Tonarius Noeoeane hat. Im Vergleich zu der in Dasiaschrift bekannten Commemoratio-Formel ist die hier gegebene kürzer und einfacher, sie lautet: Von der Paramese (h) durch die 4. Quintengattung (h—e) zum Lichanos hypaton (d), dann von der Lichanos meson (g) durch die einzelnen Saiten eine Quint hinauf (g—d′) und rückwärts über die Trite diezeugmenon (c′) bis zur Finalis Hypate meson (e). Also:

hagf ed gah c′d′c′ hagf e.

Für die Unfähigkeit, sich in das allerdings etwas komplizierte System zu finden, zeugt die anschließende Bemerkung über den Umfang von Confessio et pulchritudo. Es reicht von der Finalis e bis zur $12-3=9=d'$ und kehrt schließlich zur Finalis zurück. Wie überall legt der Kommentator die alte Skala $a':A=6:24$ zugrunde und entnimmt ihr die Bestimmung $d'=9$, die er willkürlich wie in seinen Erörterungen zum 1. Ton als $12-3$ definiert. Doch betont er nach der Aufzählung mehrerer neuer Melodiebeispiele mit Recht entgegen dem Urtraktat das Vorkommen von Quartenabschnitten, weiß aber dafür natürlich keine Zahl anzugeben. Die Quart wäre $24+18=42$, die der Theoretiker aber für den 4. Ton aufsparen mußte.

Der 4. Ton ist durch die Quart $24:18=e:a$ bestimmt. In allen bisherigen Grundgleichungen war der Faktor 1 von 12 mit Vielfachen von 6 verbunden. Jetzt müßte 3×6 und 2×12 zusammenkommen, denn 6 und 12 sind die 2 ersten konstitutiven Summanden-Faktoren. Aber 3 und 2 verstoßen gegen die beabsichtigte Vereinheitlichung; so muß man $3\times6+3\times8=18:24$ nehmen. Die Oktave, die in den Melodien nicht vorkommt, wäre 24:12, also e:e′. Dann wäre das reale transponierte Hypophrygisch nicht mehr vom einfachen Phrygisch zu unterscheiden; ihm bleibt nur die Quart, wie der Introitus Resurrexi beweist, der tatsächlich den Umfang e—a mit dem Emmeles d nicht überschreitet, ebenso wie das Resp. Rubum quem. (Bei ihm erreicht nur das Evovae mit c′ den Quintcharakter des Phrygischen.)

Der Kommentator gibt außer der Erklärung der 1. Gleichung und des Oktavenverhältnisses wieder wie im 3. Ton die Tropusformel Noeagis an, die von e aus eine Quinte, wohl d—a, durchläuft und dann zu e zurückkehrt. Die ungenaue Definition entspricht ziemlich der 1. Hälfte der Commemoratio-Formel. Eine

Analyse der Melodie Resurrexi gibt richtig d als Anfangston an, e als Ende vor dem Psalmvers (medium) und Ende des Evovae (finis) und a als Melodiespitze. Das unten angeführte Resp. Haec dies gehört aber in den überlieferten Notierungen zum 2. Ton, das Alleluja Pascha nostrum zum 7.

Der 5. Ton hat nur die Quint 36:24 = f:c′, wie die Introiten Domine refugium und Circumdederunt ausweisen. Seine Oktave wäre 6 + 12 = 18. Dafür gibt der Theoretiker die Prim, womit wir hier zweifellos diapason übersetzen müssen, als 36:36 bez. 24:24 an und weist ihr die einfache Zahl 12 zu, während er die Oktave stets als 6:12 angibt. Die bisherigen Skalen enthielten weder f noch c′. Der Theoretiker behalf sich deshalb mit demselben primitiven Mittel wie bei der Darstellung des Deuterus. Die Mese des Dorischen war 6 = d′ und die des Phrygischen 12 = e′, nun ward die des Lydischen 18 = f′. Das Verhältnis 6:12:18 sollte den Abstand der 3 Mesen d′, e′ und f′ darstellen, so daß jeder authentische Ton vom nächsten um die Einheitszahl 6 entfernt war. Da der Theoretiker weder Bruchrechnungen noch Operationen mit größeren, komplizierten Zahlen auszuführen imstande war, und er von den Unterschieden der mathematischen Funktionen nur unklare Vorstellungen besaß, konnte er diesen seltsamen Ausweg wählen, ohne die Widersprüche im System zu merken. Daß er die Oktave 18 nicht als konstituierende Konsonanz einführt, zeigt seine empirische Abhängigkeit von den zugrunde gelegten Choralmelodien.

Der Kommentator stellt zunächst fest, daß sich die gleiche Quint 24:36 auf zwei verschiedene Arten darstellen läßt, und daß die Oktave 48 sein müßte, die er fälschlich aus dem Hypolydischen genommen hat. Dann gibt er wieder die Tropusformel Noeoeane von c′ bis f mit griechischen Tonnamen und nach Quart- und Quintgattungen an. Die Melodie Domine refugium kehrt zweimal, bei den Worten nobis a und tu es zur Finalis f zurück. Das Resp. Obsecro domine soll von der Mese mit einem enharmonischen Ton nach unten beginnen, dem ein chromatischer Ton nach oben folgt. Nach dem Cod. Lucca aber beginnt die Melodie mit d, worauf 2 übereinandergestellte Töne in der Höhe zwischen c und e, aber von d und e verschieden, folgen; der nächste Ton ist e. Der Kommentator knüpft hier die Bemerkung an, daß man bei der Paramese das Synemmenon-Tetrachord einführe, weil sich von h 3 Ganztöne nach unten aneinanderreihen, die zwischen 6 und 12 keine 8 ergeben, d. h. 12:8:6 ist nicht f′:h:f, sondern f′:b:f. Während 12:8:6 für den Urtheoretiker f:c′:f′ bedeutete, bezeichnet hier der Kom-

mentator ohne Rücksicht auf das System die tieferen Töne mit den kleineren Zahlen.

Der 6. Ton hat die Quint 36:24 = f:c′ und die Oktav 48:24 = c:c′, wie z. B. die Melodien Os iusti und Omnes gentes zeigen, deren Gesamtumfang von c bis c′ geht, und in denen einzelne kleine Abschnitte die Quint f:c′ haben. Während sonst der Authentische die Oktav, der Plagale die Quart als charakteristisches Intervall enthält, hat im Lydischen nur der Plagale die Oktav, aber keine Quart, und der Authentische eine Quint, nach den empirischen Melodiebefunden.

Der Kommentator leugnet für jeden Authentischen und zugehörenden Plagalen eine Abweichung in der Zahlbestimmung und in der Konsonanzanwendung im Gegensatz zum Urtraktat. Seine Behauptung soll das Vorkommen der gleichen Quint f:c′ im Haupt- und Nebenton des Tritus erklären. Er führt die Quintzahl 10 wie im 1. Ton auf 6 + 4 = 3:2 (!) zurück, leitet 6 und 4 aus 24 willkürlich ab und analysiert den Intervallumfang der Melodie Omnes gentes richtig als c—c′ mit griechischen Tonnamen. Das von ihm noch zitierte Alleluja omnes gentes gehört aber in den überlieferten Notierungen dem 1. Ton an. Der letzte Satz des Abschnittes scheint andeuten zu sollen, daß beim Abwärtsschreiten, wenn die Mese a berührt wird, statt der Melodiespitze h ein b eintreten muß, wodurch die transponierte 3. Quartengattung zustande kommt.

Der 7. Ton wird ebenso wie der 8., die der Urtraktat nicht enthielt, von einem späteren Überarbeiter schematisch aus der Quart und Quint zusammengesetzt, deren Zahlen er dem 4. und 5. Ton entnimmt, aber nicht einmal zum Aufbau der konstitutiven Oktavenkonsonanz benutzt. Nach den Resten, die noch das Bildungsprinzip der anderen Töne erkennen lassen, hat ihm die Reihe 24:36:48:72:96 = g′:c′:g:c:G für den Tetrardus vorgeschwebt, wodurch sich die erwähnte 60 als 24 + 36, 120 als 48 + 72 und 144 als 48 + 96 erklärt.

Der Kommentator schweigt sich über die Konsonanzzahlen des 7. und 8. Tones vollkommen aus. Seine Erörterungen über den 7. Ton, an die sich ursprünglich, wie einige Reste zeigen, der 8. Ton sofort anschloß, werden von ihm an geeigneter Stelle abgebrochen, um dem im 18. Abschn. analysierten Traktat Raum zu geben.

Für den 7. Ton gibt der Kommentator als oberste Grenze g′, und als Tropusformel Noeoeane den Quintabstieg d′—g mit griechischen Tonnamen und Quart- und Oktavgattungen an. Charak-

teristisch unterscheidet sich davon die Tropusformel Noeagis für den 8. Ton durch den sofort aufeinanderfolgenden Auf- und Abstieg der Quart g:c′:g. Beide Formeln stimmen im wesentlichen mit den ersten Abschnitten der Commemoratio-Formeln überein. Nach der Erwähnung der im 2. Abschn. vom ältesten Theoretiker behandelten Hinzufügung des 8. hypermixolydischen Tones durch Ptolemäus, führt er einige Melodiebeispiele für den 7. Ton an, wobei er den charakteristischen Quintaufstieg im Anfang der Antiphone Puer natus est, g:d′, als Umkehrung der Tropusformel bezeichnet. Dann hebt er die Verwandtschaft zwischen dem 1. und 8. Ton hervor, die durch den gleichen Oktavenumfang d—d′ gegeben ist. Zur Unterscheidung der beiden Töne benutzt er nicht wie sonst griechische Tonnamen, sondern zwei Monochordmarken m und o für g und a, offenbar im Anschluß an den zwischen 7. und 8. Ton eingeschobenen Theoretiker, der gerade diese Bezeichnungsweise eingehend erörtert. Zuletzt stehen einige Melodiebeispiele, jedoch ohne jede Analyse.

Die Untersuchung hat ergeben, daß dem Theoretiker des 9. und 22. Abschn. auch die Urform dieser Abhandlung über die 6 bez. 8 Töne angehört. Seine Aufgabe war, die einzelnen Töne nach ihren wesentlichen konsonanten Intervallen zu charakterisieren und dafür entsprechende Zahlenformeln zu finden, die er durch eine Kombination aus den mißverstandenen Aristoxenischen Tonteilungs- und Pythagoräischen Schwingungszahlen herzustellen suchte. An den Melodien stellte er für die Haupttonarten, mit Ausnahme der dritten, die Oktave und für die Nebentonarten, wieder mit Ausnahme der dritten, die Quart als konstitutives Element empirisch fest; die Quint wechselte. Dann verband er diese Intervalle mit einer Umgestaltung der alten dorischen Zahlenskala, deren größere Zahlen den tieferen Saiten entsprachen. Die Unfähigkeit, beliebige Ganz- und Halbtonverhältnisse in größeren Zahlen darzustellen, zwang ihn, den Deuterus in transponierter Lage anzunehmen und die Vervielfachung der Mese zum Prinzipe zu erheben. Den Tetrardus bearbeitete er nicht, da dessen Verhältnisse damals noch nicht scharf abgegrenzt waren. Der Theoretiker des 2. Abschn. gibt noch keine bestimmte Tonhöhe für den 8. Ton an; dem Zusammenhang nach müßte man ihn von a′—a rechnen. Doch liegt dort schon die Verwechselung des Ptolemäischen Hypermixolydischen mit der Oktavversetzung des Hypodorischen vor. Der Überarbeiter des Traktates über die 6 bez. 8 Töne nahm G—g′ für den Tetrardus an, wobei er aber g′—c′ bez. g—c als zentrale Quinten verwendete, nicht d′—g. Die Tropusformel für den 8. Ton

gab ihm wohl hierzu Berechtigung. Der Kommentator begrenzt ihn von d—d'. Außer dem Mangel an Zahlen für den Tetrardus kommen noch folgende Gründe für eine spätere Einfügung hinzu. Während alle Melodien der Rekapitulation und Exposition mit Ausnahme je zweier Responsorien des 5. und 6. Tones in Reginos Tonarius in gleicher Toneinordnung vorkommen, stehen die im Kommentar für den 7. und 8. Ton neu auftauchenden Melodiebeispiele nicht bei Regino. Die Melodie Urbs fortitudinis, die in der Rekapitulation dem 1. Tone angehört, genau wie bei Regino, ist in der Exposition durch die Melodie Posuerunt super caput ersetzt, die wieder nicht bei Regino steht. Daß der Kommentator die Melodienumstellung vorgenommen hat, beweist seine Warnung vor Verwechselung zwischen dem 1. und 8. Ton, wozu er gerade die einzige von der Rekapitulation abweichende Melodie Urbs fortitudinis wählt. Von den nicht bei Regino stehenden Responsorien des 5. und 6. Tones ist in der Rekapitulation die Melodie Exultet spiritus meus im Münch. Cod. am Rand von späterer Hand hinzugeschrieben, und bei Gerbert fehlt die Melodie Vade Satana, also wohl im Straßb. Cod., den der Herausgeber zugrunde legte. Die meisten der vom Kommentator namentlich im 8. Ton hinzugefügten Melodien kommen bei Aurelian vor; manche auch im eigenen Tonarius der Alia musica, wo aber die Melodie Ecce dies veniunt dem 8. Ton zugeordnet wird, während sie der Kommentator zum 7. rechnet. In der Alia musica, bei Aurelian und in Odos Dialog schwankt die Zuordnung mehrerer Melodien zwischen dem 7., 8. und 4. Ton. Wir können also dem Urtheoretiker nur die Aufstellung eines Schemas für 6 Töne zuschreiben und erhalten bei ihm folgende Tabelle, der die Zahl 6 als Ausgangspunkt zugrunde gelegt ist:

| | | |

Systems in anschaulicher, einfacher Zusammenfassung darzustellen. Durch die Beziehung auf die aus dem Aristoxenos-Boetius gewonnenen, vom Dorischen bis zum Hypolydischen stetig wachsenden Vielfachen von 5 und 7 verwirrte er dieses ursprünglich übersichtliche System.

Ein Überarbeiter fügte dann schematisch Zahlen für den 7. Ton und Ansätze dazu für den 8. ein, suchte in den grundlegenden Abhandlungen oberflächlich an einzelnen Stellen eine 6. Konsonanz unterzubringen und stellte ohne Rücksicht auf die Einzeldarstellungen der Töne eine äußerliche Verbindung zwischen seinen 8 Tropi und 6 Konsonanzen her.

Ein vollständiges System der 4 Tropi, das als Idealschema den Ausführungen zugrunde liegt, forderte die damalige Denkhöhe nicht und sie hätte es auch nicht aufstellen können, da die Verwendung abstrakter Prinzipien das Bewußtsein einer konsequent gehandhabten Methode voraussetzt. Doch können wir zur besseren Veranschaulichung eine konstruierte Darstellung geben.

Protos (simplex):	6 : 8 : 9 : **12** : 16 : 18 d′ : a : g : d : A : G	1—2. Dorisch-Hypodorisch.
Deuteros (duplus):	12 : 16 : 18 : **24** : 32 : 36. e′ : h : a : e : H : A	3—4. Phrygisch-Hypophrygisch.
Tritos (triplus):	18 : 24 : ? : **36** : 48 : ?. f′ : c′ : ? : f : c : ?	5—6. Lydisch-Hypolydisch.
Tetrardos (quadruplus):	24 : 32 : 36 : **48** : 64 : 72 : 96. g′ : d′ : c′ : g : d : c : G	7—8. Mixolydisch-Hypermixolydisch.

Der Kommentator hat die Grundlagen des Zahlensystems nicht verstanden, obgleich er die aus antiken Vorlagen abgeleiteten Begründungen nicht gestrichen hat. Auch er kann Addition und Division nicht unterscheiden, bringt aber durch das Hineinmengen der Subtraktion noch größere Verwirrung hervor. Getreulich gibt er die Vervielfachungen für das Verhältnis der einzelnen Tonarten wieder, die er im 3. Abschn. c) schon einmal zusammengestellt hatte, aber weiß kein erklärendes Prinzip dafür anzugeben. Der Urtheoretiker war für ihn eine unverstandene, aber unbezweifelbare Autorität, deren Behauptungen er ohne Rücksicht auf irgendein System oder einen Zusammenhang zu erklären versuchte. Seine eigene Leistung bestand darin, die nur durch Zahlen charakterisierten Tonarten nach ihren bestimmten Tonhöhen mit griechischen Tonnamen festzulegen, durch eingehendere Melodieanalysen neu zu erhärten und mit den Tropusformeln zu verbinden. Weitere Erklärungsprinzipien entnahm er der Skala a′ : A = 6 : 24 und dem Boetius-Theoretiker des 1. Ab-

schnittes, der schon byzantinische Anschauungen im 18. Abschn. verwertet hatte. Auch die Melodiebeispiele des 7. und 8. Tones fügte der Kommentator ein.

Die aus den selbständigen Abschn. 5, 7, 11, 12, 14, 16, 20 und 21 bestehende Nova expositio ist ein einfacher Tonarius. Am Anfang eines jeden Abschnittes, in dem stets über einen Tropus gehandelt wird, ist die Oktavgattung mit Monochordmarken und die Tropusformel mit byzantinischen Formelworten (Noeane usw.) angegeben.

Der 1. Tropus, der durch das Wort Noannoeane als authentisch gekennzeichnet ist, hat den Umfang a—d, wobei wie in der Commemoratio-Formel a Anfangs-, d Endton ist; aber das untere c fehlt, das auch in der Analyse des 3. Abschn. b) angegeben ist. Für die Responsorien werden die 5 Differenzen a, g, f, e und d und die 9 Loca a, g, f, e, 2 d und 3 c angegeben und für die Introiten die 3 Differenzen f, e und c und die 3 Loca d und 2 c.

Die Differenz ist der letzte Ton des Saeculorum amen, Locus der Anfangston der ganzen Melodie; diese Begriffe werden jedoch als bekannt vorausgesetzt und nicht definiert.

Die im Cod. Lucca stehenden Melodien Veniet, Canite, Ecce nomen, O beatum, Euge serve und Sint lumbi stimmen genau mit den Angaben des Tonarius überein. Die Commemoratio bestätigt sie nochmals für Ecce nomen und Euge serve und wenigstens die Differenz a für Apertis, die nicht im C. Lucca steht. Für den Introitus Inclina bestätigt Cod. Montpellier den Locus c, für Gaudete steht statt des einfachen c eine Figur dc am Anfang; die Differenz ist in diesem Codex niemals dazugeschrieben. Der von Dom Pothier herausgegebene Liber Gradualis gibt für alle diese Introiten ein gleiches, auf d endendes Formel-Evovae an, so daß die Differenzen vollkommen beseitigt sind. Wie früh sie sich verändert haben, wenn sie überhaupt jemals für eine längere Epoche konstant waren, beweisen die in Guido von Arezzos Tonar aufgeführten Differenzen, die für die Nocturni des 1. Tropus von unserem Tonarius stark abweichen, während die Loca vollkommen gleich sind. Für die Melodien Canite und Ecce nomen hat die Alia musica g, Guido f, für O beatum die Alia musica f, Guido e. Auch die Principia in Odos Dialog stimmen mit den Locis der Responsorien Veniet, Canite, Ecce nomen und O beatum überein; dagegen beginnt dort der Introitus Gaudete mit e statt c.

Der 2. Tropus wird mit dem Anfangs- und Endton d und dem Umfang c—g seiner Formel Noeagis nach genau wie in der Commemoratio und im 3. Abschn. b) bestimmt.

Für die Responsorien und Introiten wird eine einzige Differenz d mit den 3 Locis A, c und d angegeben.

Die Resp. Laetentur und Iuste stimmen mit dem Cod. Lucca überein. Ein Melodiebeispiel für den Locus c fehlt. Die 3 Introiten haben die gleichen Loca wie im Cod. Montp. Unsere sonstigen Quellen versagen für diesen Tropus. Das Graduale müssen wir wegen seiner Formelvereinfachung prinzipiell für die Differenzen ausschalten, ebenso Guido, der vom 2. Ton ab bei Coussemaker, S. 2, mit einer Ausnahme, keine Noten mehr für die einzelnen Melodien angibt. Bei Odo kommen außer der letzten Melodie im 8. Ton seltsamerweise keine weiteren gemeinsamen Melodiebeispiele vor.

Die Formel Noeoeane des 3. Tropus beginnt mit dem Ton a und endet auf der Unterquart e; ihr Umfang reicht von a nicht nur zum e der Commemoratio, sondern bis zum d hinab, aber wie dort bis d' hinauf. Auch der Kommentator des 8. Abschn. gibt in der Analyse d als untere Grenze an.

Für die Responsorien hat der Tonarius die 3 Differenzen g, a und h mit den 3 Locis e und 2 g, für die Introiten die 2 Differenzen g und a und die 2 Loca e und g.

Die Resp. Qui odit und Et respicientes stimmen mit C. Lucca überein, während für Qui de terra est, das dieser Codex nicht enthält, der Locus e durch die Commemoratio bestätigt wird. Hucbalds Institutio, die bei ihren Locusangaben stets Principalis und Lateralis zusammen behandelt, gibt als Anfang für Qui de terra est f statt e an. Der nicht im C. Montp. stehende Intr. Ego autem, der den Locus g haben soll, beginnt in der Commemoratio und im Gradual mit der Figur fg und hat in dem unzuständigen Gradual die Differenz a statt g. Dum sanctificatus est beginnt im C. Montp. mit f statt e; seine Differenz a ist nach den zugänglichen Quellen nicht zu kontrollieren.

Die Formel Noeagis des 4. Tropus hat als Anfangs- und Endton e und als Umfang a—d, wozu noch ein Ganzton c kommt. Allerdings enthält ihn die Formel der Commemoratio so wie die Analyse des Kommentators im 10. Abschn. nicht; aber die spätere, von Joh. Cotton aufgezeichnete Melodie hat das c an zwei Stellen.

Die Responsorien haben 2 Differenzen e und d mit 4 Locis e, f und 2 c, die Introiten g gemeinsam als Differenz und Locus.

Die Melodie Betleem non es minima, für die im Münch. Cod. Betleem civitas steht, soll c als Locus haben. C. Lucca enthält nur die zweite Melodie mit der Anfangsfigur g c; eine Differenz ist ebensowenig wie bei den anderen Responsorien dieses Tropus verzeichnet. Für das f der Melodie Jerusalem steht d; die beiden anderen Melodien sind im C. Lucca nicht auffindbar. Doch bestätigt Hucbalds Institutio für Rubum quem den Locus c, während der Liber usualis des Dom Mocquereau d angibt. Der Intr. Resurrexi beginnt im C. Montp. und Gradual übereinstimmend mit d statt g; auch ist die Differenz im Gradual e statt g.

Die Formel Noeoeane des 5. Tropus beginnt auf c′, endet auf f und hat den Umfang f—c′, zu dem ein Enharmonicus c′—e′ kommen soll. Die Commemoratio-Formel geht jedoch nur bis d′, und der Kommentator gibt als oberste Grenze im 13. Abschn. c′ an. Gleich darauf wird das Wort Enharmonicus für die große Terz f—a wie im 1. und 6. Tropus gebraucht. Diese seltsame Verwendung des Begriffes Enharmonisch läßt sich wohl aus der Erinnerung an eine griechische, von Aristoxenos und Plutarch berichtete Tonskala (e f—a h c′—e′) erklären, obgleich wir römische oder byzantinische Vermittelungsquellen nicht kennen. Ein zufälliges Zusammentreffen der gleichen Verwendung für einen so seltenen Begriff ist besonders für die von der Antike ausgehende Entwickelungszeit der fränkischen Musiktheorie unwahrscheinlich. Nur einmal, im 3. Tropus, wird das Wort enharmonisch für h—g gebraucht, wohl in ähnlich übertragener Bedeutung wie der Begriff des Quintentotums bei dem Theoretiker der 6 Töne. Das Enharmonicum spielte bestimmt zu dieser Zeit eine Rolle im 5. Tropus. Der Kommentator spricht gerade hier, allerdings etwas unklar, von einem enharmonischen Ton in der Melodie Obsecro domine, und der Verfasser der Abhandlung über Tropi und Tetrachorde, G. S. 1, S. 124 b f., gibt nur für diesen Tropus enharmonische Intervalle an. Daß der letztere Vierteltöne meint, ist nicht anzunehmen, da gegenüber dem Tritus nach Gmelchs Zusammenstellung der Deuterus im Cod. Montp. fast die fünffache Anzahl von Vierteltönen aufweist. Am wahrscheinlichsten ist wohl die aus dem Tonarius sich ergebende Auffassung des Enharmonischen als große Terz, da gerade der 5. Ton auffällig viele Terzen f—a und a—f in den Melodien zu verzeichnen hat. Dagegen scheint der Kommentator mit dem Enharmonischen eine Erinnerung an Vierteltöne zu verknüpfen.

Die Responsorien des 5. Tropus haben 2 Differenzen a und c′ mit 3 Locis f, a und c′, die Introiten 4 Differenzen a, g und c mit

3 Locis a, f und c; die 4. Differenz fehlt mit Locuszuordnung und Melodieangabe. Hodie nobis hat richtig im C. Lucca den Locus c', während die Differenz fehlt. Das Resp. Vox clamantis hat nach C. Lucca Differenz und Locus a wie die Melodie Obsecro in der Alia musica, während Obsecro im C. Lucca Differenz g und Locus d hat. Den Locus f für Vox clamantis bestätigt jedoch die Commemoratio, aber mit der Differenz f statt a. Der Intr. Exaudi ist überall gleich; Circumdederunt me hat überall den Locus f, Iustus domine den Locus c, wenigstens im Graduale; im C. Montp. fehlt die Melodie.

Die Formel Noeagis des 6. Tropus hat wie in der Commemoratio Anfangs- und Endton f und den Umfang a—d mit einem Ganzton c. Die Responsorien haben eine Differenz f mit 3 Locis f, a und c, von denen nur Per memet den gleichen Locus im C. Lucca hat, während die anderen beiden Melodien mit ihren Locis abweichen und nirgends Differenzen angegeben sind. Der Introitus Os iusti hat Differenz und Locus f gemeinsam in der Alia musica, im C. Montp. und Gradual; Qui manducat mit Differenz f und Locus c fehlt in allen benutzten Quellen, von denen die nicht angeführten für diesen Tropus völlig versagen.

Die Formel Noeoeagis des 7. Tropus hat den Anfangston d', den Endton g und den Umfang d'—g, wozu noch f kommt, das weder Commemoratio noch Kommentar haben.

Die Responsorien haben 3 Differenzen d', c' und a mit 5 Locis d', c', a und 2g. Außer der Melodie Summae trinitatis, die im C. Lucca fehlt, stimmen die übrigen 4 Melodien im Locus mit dem Codex überein, dem jedoch die Differenzen fehlen. Die Introiten haben nur eine Differenz g, die auch im Graduale steht, und einen Locus g, der im C. Montp., Graduale und bei Guido gleich ist; die Differenz dagegen ist bei Guido wieder abweichend c.

Die Formel Noeagis des 8. Tropus hat den Anfangston und Endton g und den Umfang g—d', zu dem noch f kommt. d' und f fehlen bei dem Kommentator, stehen aber in der 2. Form der von Riemann im Handbuch I, 2 S. 59 abgedruckten Commemoratioformel.

Die Responsorien haben eine Differenz g mit 4 Locis f, g, a und c', die außer der fehlenden Melodie Doceam iniquos alle mit den Anfängen im C. Lucca übereinstimmen; die Differenz g ist dort nur bei Quodcunque angegeben. Odo bestätigt auch den Locus c' für die Melodie Ecce ancilla. Die Introiten haben eine Differenz g mit 2 Locis g und d, die überall übereinstimmen.

Der Verfasser des Tonarius verzichtet auf jede theoretische Erörterung und gibt außer Differenzen- und Locusbestimmungen nur die Abgrenzungen der 8 Tropiformeln an, indem er Anfangs- und Endton sowie das Gesamtumfangsintervall nach Quint und Emmeles in fast genauer Übereinstimmung mit den Commemoratioformeln durch Monochordmarken bezeichnet. Doch kümmert er sich dabei weder um die melodische Linie, noch um die konstitutiven Elemente der Tonart, im Gegensatz zu dem Theoretiker der 6 Töne. Die Unterscheidung in Differenzen und Loca gibt es weder bei Aurelian, noch in Reginos oder Odos Tonarius. Der spätere Guidonische Tonar weicht, wie wir oben gesehen haben, schon erheblich von dem der Alia musica ab. Am besten stimmen mit ihren Angaben die Melodien in der Commemoratio, soweit sie dort vorkommen, und in den aus dem 10. bis 11. Jahrh. stammenden Cod. Lucca und Montp. überein.

Daß der Verfasser des Tonarius mit keinem der früheren Theoretiker zusammenfällt, ergibt sich aus den Untersuchungen im 18. Abschn. b). Zu den dort festgestellten Abweichungen kommt noch eine chronologische Unmöglichkeit. Auf dem Theoretiker der Principales und Subjugales fußte schon der Theoretiker der 6 Töne, den der Kommentator offenbar im Gegensatz zu dem Novus expositor des Tonarius für älter erklärt. Daß die Überschriften über den einzelnen Kapiteln des Tonarius von der Hand des Kommentators stammen, beweist die stetige Verwendung des Wortes tonus statt tropus und die wohl auf Anregung des Tonarius vom Kommentator hergestellte, aber auf verschiedene Stellen der Abhandlung verteilte Analyse der 8 Tropusformeln. Die Angaben für den 1. und 2. Tropus sind als Ergänzungen an die Zahlenformeln des Theoretikers der Principales und Subjugales im 3. Abschn. b) angeschlossen, während die Angaben für den 3. bis 8. Tropus auf den Kommentar zu der überarbeiteten Abhandlung über die 6 Töne verteilt und vielleicht als Verbesserungen des Tonarius gemeint sind, da sie in Umfangs- oder Textsilben-Bestimmung von ihm abweichen. Es war also auch das jüngste Stück, der scheinbar selbständige Tonarius, in die Darstellung des Kommentators einbezogen; nirgends hat unsere Analyse einen unorganisch für sich bestehenden Teil ergeben, und so können wir die Arbeit des Kommentators zugleich als die letzte Redigierung der Alia musica ansehen.

Im Münch. Cod. 14272, S. 62 r, f. stehen in einem Tonarius, der mit Neumen ohne Linien wie der Reginosche bearbeitet ist, als Einleitung zu den einzelnen Tropi folgende Sätze: Nona dicitur a greco, quod est nus, id est sensus; noe: flatus; ane:

sursum. Inde nona noe ane dicitur: sensus ad superiora ducens. Oelays (? noeagis ?): interiectiones sunt ex oratorie quasi dicitur: agite sursum, quae videlicet interiectiones apud nos ???? eia.

Der Verfasser versucht also die Worte nonaoeane und noeagis, wofür wohl das seltsame Oelays steht, etymologisch zu erklären. Das griechische Wort nous soll in nona verderbt sein und Geist (sensus) bedeuten, noe (statt pnoe bez. pneuma ?) soll Hauch, Fließen (flatus) heißen, ane (bez. ano) hinauf (sursum). Die Formel Nonanoeane soll also, ähnlich wie agite sursum für Noeagis, bedeuten: Den Geist erhebet aufwärts! — Beide Worte sollen Freudeninterjektionen sein wie das deutsche eia.

Auch Aurelian erzählt im 9. Kapitel, daß ihm die Worte Noeane bez. Noeagis und Nonaneane von einem Byzantiner als Freudeninterjektionen erklärt worden seien, aber ohne bestimmte Wortbedeutung. Allerdings haben sich diese Interjektionen wohl ursprünglich aus alten Solmisationssilben entwickelt. Daß aber in Byzanz mindestens schon im Anfang des 10. Jahrh. ihnen sehr ähnliche Lautverbindungen als Jubelrufe zwischen einzelne Hymnuszeilen eingeschaltet wurden, beweist der gesungene Text des offenbar viel älteren sogenannten gotischen Weihnachtsspieles aus dem um 900 unter Konstantin VII. Porphyrogennetos im wesentlichen zusammengestellten Zeremonienbuch (1, 83). Es ist handschriftlich aus der Wende des 11. zum 12. Jahrh. erhalten, geht aber in einzelnen Teilen bis auf Justinian zurück. In einem Gott als Sieger feiernden Triumphliede folgt dem Worte Jubelgesang ein Zwischenruf nana; später werden die Worte anana*) und nana noch zweimal eingeflochten, und endlich nach den Worten Heilige sie die Rufe anato und anetane. Zwischen diesen Jubelrufen und den als Jubilationen erklärten, so verschieden lautenden Namen der byzantinischen Tropusformeln Aannes bez. Noeane usw. besteht offenbar eine Verwandtschaft. Diese Worte waren ursprünglich, wie Prof. Riemann gezeigt hat, aus den griechischen Solmisationssilben to, te, ta, te hervorgegangen und wurden in einer Kombination von charakteristischen Melodiebruchstücken zur Darstellung von authentischen**) und plagalen Tönen in Byzanz benutzt. Dort hat man wohl später den Verzierungs-Melismen, die in wesentlich syllabisch deklamierte Hymnenmelodien eingeschoben waren, die bedeutungslosen Silben der Tropusformeln untergelegt, um eine Vokalisation für

*) Anm. Noch heute werden im russischen Kirchengesang die Silben anene und nenena textlosen Verzierungen untergelegt.

**) Anm. In der Papadike von Messina lautet die Formel für den authentischen Protos ananes und für den authentischen Deuteros nana.

den Gesang zu erhalten. Und so blieb eine Erinnerung an diese Hymnen-Jubilationsrufe mit den Tropusformeln verbunden, so daß der nicht-byzantinische, fränkische Erklärer die Worte durch eine primitive Konjektur als Entstellung eines griechischen elliptischen Satzes auffassen konnte.

Die über einzelne Abschnitte verstreuten Untersuchungen ergeben folgendes Gesamtbild.

Ein von Boetius ausgehender, wohl fränkischer Theoretiker, der 5 Konsonanzen kennt, bestimmt infolge einer Vertauschung von Oktav- und Transpositionsskalen eine neue grundlegende Tonartenordnung, indem er 8 Modi von A—g in aufsteigender Mollskalenfolge als Hypodorisch bis Mixolydisch (bez. als 8. Modus Hypermixolydisch) bezeichnet. Daß er hierbei nicht von byzantinischen Quellen ausging, beweist die Nichtachtung der für diese Theorierichtung charakteristischen Unterscheidung in authentische und plagale Tropi. Ihm gehört nur der 2. Abschn. zu.

Ein ebenfalls sehr alter, aber ein wenig späterer Theoretiker (Abschn. 1, 3b u. 18) versucht pythagoräisierende Zahlenspekulationen, die er aus den mathematischen und musiktheoretischen Untersuchungen des Boetius gewann, mit den, byzantinischen und spätlateinischen Quellen entstammenden Tropusbestimmungen zu verbinden. Außerdem hat er die Tonhöhenangabe für die einzelnen Tropinamen vom ersten fränkischen Theoretiker übernommen, doch dessen 8 Modi so umgruppiert, daß der 1. dorische Tropus dem 4. Modus, der 2. hypodorische Tropus dem 1. Modus entspricht, überhaupt jede Tonart als Principalis und Subjugalis bez. Plagis eingeordnet ist. Während der Theoretiker der 8 Modi griechische Tonnamen benutzt, bedient sich der Theoretiker der Principales und Subjugales mit einer geringen Abweichung Boetianischer Monochordmarken.

Auf ihm fußt der Haupttheoretiker der 6 Töne. Von Vitruv und Ps.-Pythagoras ausgehend, leitet er, durch eine Kombination mit dem Zahlensystem des Theoretikers der Principales und Subjugales und dem aus Boetius genommenen Tonteilungssystem des Aristoxenos, mit 6 als Grundzahl 3 einfache und 2 zusammengesetzte Konsonanzen ab und weist die 3 einfachen Konsonanzen als konstitutive Elemente zum ersten Mal praktisch an den gregorianischen Melodien nach. Er braucht statt der Worte modus und tropus nur tonus, benutzt auch keine griechischen Bezeichnungen für die Tonarten. Daß er seine Bestimmungen nur bis zum 6. Ton durchführt, liegt an der schwankenden Einordnung der Melodien des 7. und 8. Tones zu seiner Zeit. Von ihm stammen: Abschn. 22a, 9 und die Urform der Exposition, Ab-

schnitt 4a, 6a, 8a, 10a, 13a und 15a, und der Rekapitulation, Abschn. 24.

Ein Überarbeiter (Abschn. 22b, 23, Anfang und 7. und 8. Ton) fügte ohne Zahlenbestimmung die Undezime als 6. Konsonanz ein, stellte eine schematische Verbindung her zwischen den 6 Konsonanzen und den 8 von ihm nun wieder Tropi statt Toni genannten Tonarten und ergänzte die Zahlen des 7. Tones.

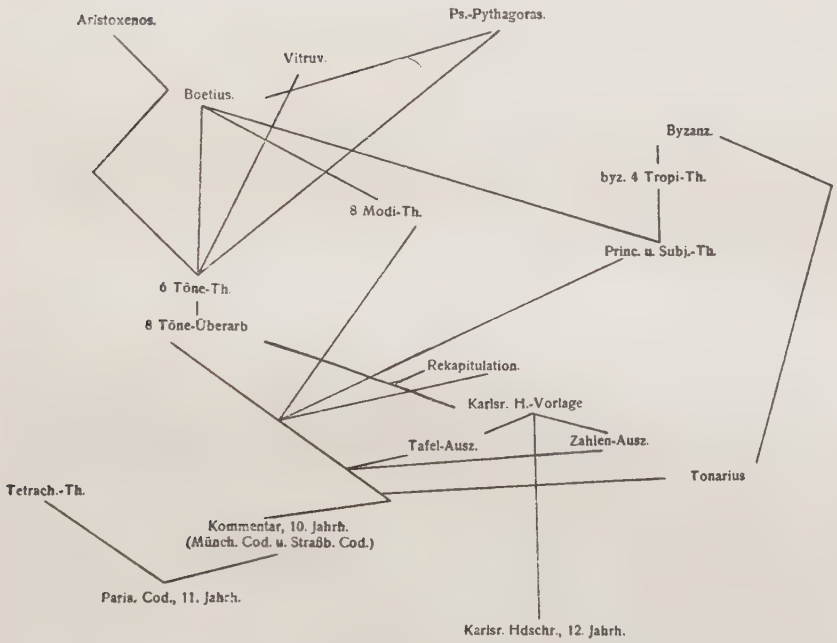
Von dieser Form stammen Rekapitulation (Abschn. 24) und Vorlage der Karlsruher Hdschr. ab. Aus der Vorlage der Karlsr. Hdschr. gingen dann die Auszüge der Zahlentafel und Zahlenabhandlung (Abschn. 23) sowie später die Karlsr. Hdschr. hervor.

Ein Kommentator, der den Theoretiker der Principales und Subjugales mit der Überarbeitung des Theoretikers der 6 Töne vereint vorfand, suchte diese seiner Zeit unverständlich gewordenen und ihm selbst unklar gebliebenen Systeme durch eigene Erläuterungen und Einfügungen des Theoretikers der 8 Modi sowie der Rekapitulation und der Tafel- und Zahlenauszüge zu erklären. Außerdem ordnete er Melodien zum 7. und 8. Ton und einen neueren Tonarius ein, von dem er vielleicht im Anschluß an den 3. Abschn. b) zur Analyse der Tropusformeln angeregt wurde. Ihm eigen sind die Abschn. 3a und c, 4b, 6b, 8b, 10b, 13b, 15b, 17b, 19b und 22c.

In dieser letzten, vom Kommentator redigierten Form steht die Alia musica im Münch. Cod. 14272 aus dem 10. Jahrh. und stand wohl auch so in dem verbrannten Straßb. Cod. In einer losen Verbindung mit der Theorie der Tropus-Tetrachorde enthält sie der Pariser Cod. 7212 aus dem 11. Jahrh.

Die chronologische und entwickelungsgeschichtliche Einordnung der einzelnen Theoretiker in den allgemeinen historischen Verlauf muß einer selbständigen Arbeit vorbehalten bleiben. Doch soll nebenan noch ein Bild des Stammbaumes der Alia musica stehen, der sich aus der Analyse der Abhandlung selbst ergeben hat.

Stammbaum der Alia musica.



Anhang.

Deutsche Übertragung des Textes der Alia Musica.

(Nach der von mir emendierten Gerbertschen Ausgabe, in der chronologischen Reihenfolge der verarbeiteten Traktate.)

(Theoretiker der 8 Modi.)

Die*) Lage der 8 Tropi, die die Latinisten modi nennen.

Zuerst muß man wissen, daß Tropus eine Übernahme aus dem Griechischen ins Lateinische sein soll, weil das eine in das andere ohne Rücksicht auf seine Eigenart übertragen ist. Töne aber nennt man sie, weil alle Tropi einen gemeinsamen Umfang mit Ausnahme der Halbtöne haben. Modi werden sie auch genannt, weil jeder der Tropi sein eigenes Maß hat und seinen Umfang nicht überschreiten darf. Nach Herstellung eines einheitlichen Prinzips, das auf das Zwei-, Drei-, Vier-, Dreihalbe- und Vierdrittelfache in Verbindung mit den Tönen von 15 Saiten angewandt wird, muß man diese 8 Tropi oder Modi bezeichnen.

Es wird also der 1. Modus, der tiefste von allen, der Hypodorische, in der 1. Oktavengattung liegen, und er wird durch die mittlere Saite bestimmt, die Mese heißt. Den 2. Hypophrygischen Modus bringt die 2. Oktavengattung hervor, die auf der Paramese endet. Den 3. Hypolydischen Modus bestimmt die 3. Oktavengattung nach der Saite, die man Trite diezeugmenon nennt. Den 4. Dorischen Modus ergibt die 4. Oktavengattung, die auf der Paranete diezeugmenon endet. Der 5. Phrygische Modus wird durch die 5. Oktavengattung abgegrenzt; ihre letzte Saite ist die Nete diezeugmenon. Den 6. Lydischen Modus ferner beschließt die 6. Oktavengattung; ihr Ende ist die Trite hyperbolaeon. Den 7. Mixolydischen Modus bildet die 7. Oktavengattung; ihn bestimmt die Paranete hyperbolaeon.

---

*) G. S. I, S. 126b, Z. 25 — S. 127b, Z. 25: Die Worte „His praemissis veniamus" stammen als Überleitung vom Kommentator, der vielleicht mehrere Einschiebsel im Anfang zu verantworten hat, z. B. die Benennung tonus und die Beziehung auf die 5 Konsonanzen.

Weil aber ein Duplus, d. h. eine Oktave, mit seinem Umfang von 8 Tönen keine weiteren Gattungen enthält, jede Klangstelle (symphonia) jedoch nur einen Ton, aber mehrere Gattungen aussendet, so fügte Ptolemäus den 8. Hypermixolydischen Modus hinzu, den er nach den Proprietates des 2. und 3. Modus bildete.

Die Quarte nämlich hat 4 Saiten und 3 Gattungen, die Quinte 5 Saiten und 4 Gattungen, die Oktave also 8 Saiten und 7 Gattungen.

Es hat aber die 1. Quartengattung (e′ d′ c′ h) an 3. Stelle den Halbton, die 2. Gattung (d′ c′ h a) an 2., die 3. Gattung (c′ h a g) an 1. Immer kehrt bei konjunkten Tetrachorden im Quartenabstande dieselbe Gattung wieder, bei disjunkten im Quintenabstande, doch folgt nicht immer eine entsprechende Quinte. Daher ist es klar, daß die 3 Quartengattungen die 3 ersten Quintengattungen (e′ d′ c′ h | a; d′ c′ h a | g; c′ h a g | f) durch die Hinzufügung eines Tones entstehen lassen. Die 4. Quintgattung (h a g f | e) aber wird durch den Halbton begrenzt und die 1. nimmt ihren Anfang von der Nete diezeugmenon. Es bleibt uns noch übrig, die Merkmale der Oktavengattungen zu verfolgen. Die 1. Gattung (a g $\overset{3}{\frown}$ f e d $\overset{6}{\frown}$ c H A) also braucht an 3. und 6. Stelle den Halbton, die 2. (h a g $\overset{4}{\frown}$ f e d $\overset{7}{\frown}$ c H) an 4. und 7., die 3. ($\overset{1}{\frown}$ c′ h a g $\overset{5}{\frown}$ f e d c) an 1. und 5., die 4. (d′ $\overset{2}{\frown}$ c′ h a g $\overset{6}{\frown}$ f e d) an 2. und 6., die 5. (e′ d′ $\overset{3}{\frown}$ c′ h a g $\overset{7}{\frown}$ f e) an 3. und 7., die 6. ($\overset{1}{\frown}$ f′ e′ d′ $\overset{4}{\frown}$ c′ h a g f) an 1. und 4., die 7. (g′ $\overset{2}{\frown}$ f′ e′ d′ $\overset{5}{\frown}$ c′ h a g) an 2. und 5., die 8. (a′ g′ $\overset{3}{\frown}$ f′ e d′ $\overset{5}{\frown}$ c′ h a) wie die 1. an 3. und 6.

Um übrigens auf die Oktavgattungen selbst zurückzukommen, so liegt, da die Lichanos hypaton der Hypodorischen Proslambanomenos der Dorischen ist, die Mese der Dorischen, die Paranete diezeugmenon der Hypodorischen ist, um eine reine Quartenkonsonanz höher als die Mese dieser Hypodorischen Oktavgattung. Ähnlich ist der Abstand zwischen der Phrygischen und Hypophrygischen sowie der Lydischen und Hypolydischen. Dagegen unterscheidet sich die Mixolydische von der Hypermixolydischen nur um 1 Ton.

(Theoretiker der Principales und Subjugales.)

Über*) die Betrachtung des Harmonischen hat Boetius folgendes auseinandergesetzt:

Sie enthält weder über die Glieder allein eine Proportionstheorie, noch allein über die Abstände, sondern über beide zusammen. Denn

*) G. S. I, S. 125b, Z. 4 — S. 126b, Z. 24.

sie untersucht die Tatsache, daß sich der Abstand vom größten zum mittleren Glied gegen den Abstand vom mittleren zum letzten Glied so verhält, wie sich die Randglieder zueinander verhalten. Auch die Proportionen gerade der musikalischen Konsonanzen, die Zusammenklänge (Symphoniae) heißen, findet man in dieser fast einzigartigen Teilung. Denn den Zusammenklang der Quarte, der Grundklang ist und gleichsam die Kraft eines Elementes besitzt, findet man in solchen harmonischen Teilungen wie es 6:8 ist.

Es sollen also die Glieder der folgenden Teilung einmal nach Randgliedern mit dem Faktor 2 und ein zweites Mal nach Randgliedern mit dem Faktor 3 angeordnet sein, also:

6·8·12. || 4·6·12.

12 ist also von 6 das Zweifache, und bei der zweiten Anordnung ist 12 von 4 das Dreifache. Wenn wir deren Abstände berechnen und miteinander vergleichen, so ergibt sich die Epitrita-Proportion, d. h. der Quartenzusammenklang. Denn zwischen 6 und 12 liegt 6, und zwischen 4 und 12 8; 8:6 jedoch ergibt die Sesquiterz-Proportion.

Nach derselben Teilung wird auch der Quintenzusammenklang hergestellt. In der mit 2 gebildeten Formel hat 12:8, in der mit 3 gebildeten Formel 6:4 die Sesquialtera-Proportion. Danach aber ist die Quinte eine Konsonanz wie 6:12.

Auch wird bei der Anordnung mit dem Faktor 3 der vereinigte Quinten- und Oktavenzusammenklang hergestellt; die Zahlen sind 6, 9 und 18. Und da die mit 3 gebildete Formel 2 Konsonanzen enthält, die Quinte und Oktave, so werden wir auch in den Abständen dieser mit 3 gebildeten Formel den zugehörigen Triplus finden. Denn zwischen 6 und 9 ist der Abstand 3, und zwischen 9 und 18 ist er 9, das Dreifache von 3.

Bei der Anordnung mit dem Faktor 2 nun ist das größte Glied das Dreifache des Abstandes zwischen dem mittleren Glied und sich selbst und außerdem das kleinste Glied das Dreifache des Abstandes zwischen sich und dem mittleren Glied. Denn zwischen 8 und 12 liegt 4, wovon 12 das Dreifache ist, und zwischen 8 und 6 liegt 2, wovon wieder 6 das Dreifache ist.

Jener größte Zusammenklang aber, der Doppeloktave heißt, wird als doppelter Duplus aus der mit 2 gebildeten Proportionsformel berechnet. Findet man doch das mittlere Glied als Quadruplus des Abstandes zwischen dem kleinsten und sich selbst; und zwar liegt zwischen 8 und 6 2, wovon sich 8 als Vierfaches erweist. Auch bei den mit 3 gebildeten Randgliedern ist der Abstand des größten das Vierfache vom Abstand des kleinsten. Liegt zwischen 6 und 18 12, der Abstand der Randglieder, so liegt zwischen 3 und 6 3, wovon 12 das Vierfache ist.

Bei der mit 2 gebildeten Anordnung, wo das mittlere Glied zum kleinsten die Quarte ergibt, zum größten aber die Quinte, wird, wenn die Randglieder addiert und mit dem Mittelglied multipliziert werden, das Resultat das Zweifache von der Zahl sein, die die multiplizierten Randglieder allein bilden. Von 6, 8 und 12 also ergibt die Addition der Randglieder 6 und 12 18, die mit 8 multipliziert zu 144 anwächst. Die Hälfte dieser Zahl ist 72, die aus der Multiplikation von 6 und 12 hervorgeht. Auch hat eine solche Anordnung die Eigentümlichkeit, daß das mittlere Glied um den einen Faktor von sich das kleinste überragt, während es um den anderen Faktor von sich von dem größten überragt wird, und um denselben Faktor des kleinsten das kleinste Glied überragt, um den des größten dies vom größten überragt wird.

Wenn nun die mit dem Faktor 2 gebildete Anordnung so getroffen ist, daß das mittlere Glied zum kleinsten die Quinte ergibt, zum größten die Quarte, wie bei 6, 9 und 12, so spricht man, da zwar die Abstände dieselben sind, nicht aber die Proportionen, besser von einer arithmetischen Teilung als von einer harmonischen. Eine harmonische Teilung ist nämlich die, die nach der Bestimmung des Würfels berechnet wird. Hat doch jeder Würfel 12 Kanten, 8 Eckwinkel und 6 Oberflächen, die so angeordnet sind:

6 · 8 · 12.

Es*) gibt von der Mese aus 4 Saiten nach oben, (a, h, c′, d′), die der Synemmenon-Saite zunächst zur Seite liegen; sie nehmen von dem höheren Teil ihren Ausgang in den ersten 4 Oktavengattungen und nach den Melodien der 4 Tropi. Von diesen Tropi oder Tönen heißt der 1. in griechischer Sprache Protus, der 2. Deuterus, der 3. Tritus, und der 4. Tetrardus: Sie unterscheiden sich voneinander durch ihre Finaltöne (d, e, f, g) im Pentachord, das in einer Quint besteht, am unteren Ende. Das darüberliegende Tetrachord (d′, e′, f′, g′) aber, das in einer Quart besteht, erreichen sie, so daß jeder seine Oktavengattung besitzt, in der er umherschweifend frei nach oben oder unten läuft. Zu dieser Oktave wird meist noch ein außerhalb von ihr liegender Ton hinzugefügt, der Emmeles, d. h. melodiebildend, genannt wird.

Auch**) muß man wissen, daß das Dorische hauptsächlich durch den Protus bestimmt wird, ähnlich das Phrygische durch den Deuterus, das Lydische durch den Tritus, das Mixolydische durch den Tetrardus. In gewissen Melodien treffen die Plagae gewissermaßen in einer

*) G. S. I, S. 138b, Z. 33 — S. 139a, Z. 14: Der vom Theoretiker der Principales und Subjugales bearbeitete, auf byzantinischer Quelle fußende Theoretiker der 4 Tropi.

**) G. S. I, S. 139a, Z. 15 — S. 140a, Z. 8: Der Theoretiker der Principales und Subjugales.

Berührung diese Töne, so daß der Plagale des Protus den Protus, der des Deuterus den Deuterus, der des Tritus den Tritus und der des Tetrardus den Tetrardus berührt. Und man findet dies an den Antiphonen des Graduale bestätigt. In den nokturnalen und diurnalen Responsorien nämlich oder auch in sonstigen kirchlichen Gesängen überschreiten die Plagalen die Grenzen dieser Töne nach Belieben, und durchlaufen die Oktavengattungen, die sie im tieferen Teil begonnen haben, wie es paßt, während die einzelnen Finalsaiten die einzelnen Gattungen beginnen. Die 1. von diesen Gattungen, die die Grenztöne der prinzipalen Tropi oben oder unten haben, ist das Dorische, die 2. das Phrygische, die 3. das Lydische und die 4. das Mixolydische; doch können alle Oktavgattungen oben oder unten anfangen, und zwar geht die 1. von o bis a oder von a bis o, die 2. von x bis b oder von b bis x, die 3. von y bis c oder von c bis y, die 4. von cc bis e oder von e bis cc, die 5. von dd bis h oder von h bis dd, die 6. von ff bis i oder von i bis ff, und die 7. von nn bis m oder von m bis nn. Es gibt 4 obere Grenztöne, und zwar o, x, y und cc und 4 untere, und zwar e, h, i und m. Die oberen (a, h, c′, d′) begrenzen oben das Hypodorische, Hypophrygische, Hypolydische und Hypermixolydische; die unteren (d, e, f, g) begrenzen unten das Dorische, Phrygische, Lydische und Mixolydische, woher sie auch Finales heißen. Daher wahrt die Tonbewegung einer Melodie, die innerhalb der Gattung des Hypodorischen läuft, dessen Eigenart, wenn sie aber höher steigt, wird sie zum Dorischen. Ebenso wahrt sie innerhalb der Gattung des Hypophrygischen dessen Eigenart, steigt sie aber höher, so wird sie zum Phrygischen. Auch innerhalb der Gattung des Hypolydischen wahrt sie dessen Eigenart, steigt sie aber höher, so wird sie zum Lydischen. Ähnlich verhält es sich ersichtlich beim Hypermixolydischen. Also begrenzt die Tonbewegung der Melodie im Dorischen nach dem höheren Teil zu cc, die Tonbewegung im Phrygischen dd, die Tonbewegung im Lydischen begrenzt ff und die Tonbewegung im Mixolydischen begrenzt nn. Daher kommt es, daß das Dorische von o entweder bis e herabsteigt oder bis cc hinaufsteigt und diese Grenzen nach oben bez. unten hat. Ähnlich steigt das Phrygische von x entweder bis h hinab oder bis dd aufwärts. Ebenso steigt das Lydische von y bis i abwärts oder bis ff hinauf. Das Mixolydische endlich steigt von cc entweder bis m hinab oder bis nn hinauf.

Und immer hat jeder prinzipale Tropus unterhalb der Mese-Saite eine Quint und oberhalb eine Quart, so wie 8 zwischen 6 und 12 liegt.

Jeder subjugale Tropus aber hat von der Final-Saite eine Quint nach oben und eine Quart nach unten, so wie 9 zwischen 6 und 12 liegt.

Wenn aber oben oder unten zu irgendeinem Tropus außerhalb der Gattung des Duplus (= Oktave!) ein Ganzton hinzutritt, so ist das kein Widerspruch, sondern heißt den Emmeles hinzusetzen, und zwar so, daß er, gleichgültig ob er hier oder dort hinzutritt, von den oben festgestellten Mitteltönen eine Quint und einen Ton oder eine Quart und einen Ton entfernt ist (cd–a–d′e′; GA–d–ab).

Daher*) scheinen 8 und 12 die Melodie des 1. Tropus, die Nonanoeane ist, einzuschließen; doch fügen manche dieser Schlußform, die als Quinte besteht, einen Ton hinzu, so daß zuerst in dieser Melodie die 1. Quartengattung erklingt und dann die 2., so daß danach die 3. erreicht werden kann und zuletzt ordnungsgemäß von der 8 zur 12 die 1. Quintengattung hervorgebracht wird.

Hier beginnt die Melodie des 2. Tropus, die Noeagis ist, und sich nicht zur 8, sondern zur 9 erstreckt wie alle Gesänge dieses Tropus. Abgeschlossen werden sie nämlich durch 2 Quartenkonsonanzen.

Zu**) reden bleibt noch von den 3 aufeinanderfolgenden Ganztönen, deren Lage das Synemmenon-Tetrachord heraushebt, insofern zwischen o und x die Trite synemmenon, d. h. q, tritt. Doch läßt man sie kaum jemals vernünftig nach der Paramese erklingen, sondern man findet sie entweder nach o oder nach c; nach***) o z. B. in dem 3. Ton der folgenden Antiphone: Justus es, Domine.

(Theoretiker der 6 Töne).

Auseinandersetzung†) über die 6 (!) Töne.

Im††) Folgenden sind die Proportionen der 6 (!) Töne enthalten, die aus 5 Ganztönen und 2 Halbtönen gebildet werden und (!) aus 5 Proportionen.

Jeder†††) 1. Ton hat 6 : 12, d. h. 18, was 3 × 6 ist und Oktavenkonsonanz genannt wird. Ebenso ist 8 + 12 = 20, was Sesquialtera-Proportion heißt, und zwar + 12, weil 12 in sich 8 außer dessen Hälfte, d. h 4. enthält und dies eine Quinte ausmacht. Ebenso ist

---

*) G. S. I, S. 128b, Z. 1—14: Vom Kommentator erweitertes und an eine andere Stelle versetztes Stück des Theoretikers der Principales.

**) G. S. I, S. 140a, Z. 9—17: Der Theoretiker der Principales.

***) Dieser Beispielssatz stammt jedenfalls von dem dort anschließenden Kommentator.

†) Wiederhergestellte Urform der Exposition des Theoretikers der 6 Töne, nach der Rekapitulation G. S. I, S. 145b, Z. 15 — S. 147b, Z. 4 und den in der Tabelle S. 10 angeführten Vergleichsstellen aus der durch den Kommentator verwerteten Exposition.

††) G. S. I, S. 144b, Z. 1—4: Vom Überarbeiter sind 8 statt 6 Töne eingesetzt und 6 Konsonanzgattungen eingefügt; die Zugehörigkeit dieser Stelle an diesen Platz erweist Abschn. 22.

†††) G. S. I, S. 145b, Z. 15 — S. 147b, Z. 4.

$9+12=21$, was Sesquiterz-Proportion heißt, weil 12 die 9 außer deren 3. Teil, d. h. 3, enthält und dies eine Quarte ausmacht, d. h. 3×7, was 21 ergibt.

Jeder 1. Ton also hat entweder 3×6 in der Dupla-Proportion, d. h. in der Oktave, wie z. B. Rorate coeli desuper oder 4×5, d. h. 8:2 und 12:3 in der Sesquialtera-Proportion, die eine Quinte, also 20, ergeben, wie z. B. Et nubes pluant justum aperiatur oder 3×7, d. h. 9:3 und 12:4 in der Sesquiterz-Proportion, die eine Quarte ergeben, wie z. B. Terra et germinet salvatorem. Ebenso die Introiten: Gaudete in Domino, Inclina Domine und Justus es, Domine und die Antiphone: Urbs*) fortitudinis, Johannes autem und Traditor autem.

Und ersichtlich laufen oft 2 oder 3 Abschnitte oder auch der Gesamtumfang in den Antiphonen oder in irgendeinem Gesange des 1. Tones entweder durch 6 und 12 als Oktave oder durch 5 und 10 als Quinte oder durch das 7-Totum als Quarte, wie Urbs fortitudinis und Johannes autem.

Der 2. Ton geht durch 3×6, d. h. 18 zu 12, die in der Sesquialtera-Proportion die Quinte 30 bilden. Zur 6 im 1. Ton liegt für 3×6 im 2. Ton die Tripla-Proportion vor, weil er jenen verdreifacht überragt. Ebenso bilden 2×8 zu 12 in der Sesquiterz-Proportion 28, d. h. 4×7 als Quarte. Es bildet also die Zahlenproportion, nämlich 2×8 zur 8 im 1. Ton einen Duplus und fällt daher in die Oktave 24 als 4×6 bez. 2×12. Ebenso bildet 2×9 als 3×6, d. h. 18 zu 12 in der Sesquialtera-Proportion wie oben die Quinte 30.

Jede Melodie des 2. Tones nämlich zählt entweder durch das Quintentotum 10 wie in der Ant. Ecce advenit, in der 10 oder 5 vorkommt, oder durch das Quartentotum, d. h. 7 wie in Veni et ostende. Ebenso ist eine Quinten-Antiphone Omnipotens sermo tuus, Domine und eine Quarte bei Dominus deus auxiliator meus.

Wenn aber die Proportion des 2. Tones in die Oktave kommt, d. h. 6 zu 12 im 1. Ton vorliegt, so bewirkt 3×6 zur 6 des 1. und 2×9 zur 9 und 2×8 zur 8 den 1. Ton.

Der 3. Ton ist der, der 2 A hat, eines wegen der Lage des authentischen Deuterus, das andere A wegen des Plagalen des authentischen Deuterus, in dessen Oktave er seinen Halbton hat, während er den anderen Halbton in der Oktave des 2. Tones hat, was zusammen 2 Halbtöne ergibt, wegen des Dreifachen, wie auseinandergesetzt ist, und des Vierfachen, wegen 4×6 zur einfachen 6 im 1. Ton.

---

*) Der Kommentator hat in der Exposition dafür Poserunt super caput eingesetzt.

Denn 4 × 6 zu 4 × 3 bez. 12 ergibt 4 × 9, d. h. die Oktave 36 als 6 × 6 bez. 3 × 12; ähnlich wie 3 × 8 zu 12, weil Dupla-Proportionen vorliegen. 2 × 9 zu 12 bilden, weil Sesquialtera-Proportion vorliegt, die Quinte 30.

Daher hat dieser 3. Ton entweder die Oktave von 6 zu 12 oder die Quinte als 30, wie bei den Introiten: Confessio et pulchritudo, Dispersit dedit und Cognovi Domine und den Antiphonen: Qui de terra est, Quando natus est, Malos male perdet (und*) Homo quidam fecit.)

Der 4. Ton. 3 × 6 zu 3 × 8 bez. 2 × 9 zu 2 × 12 kommen nach einheitlicher Zahlenkonsonanz in der Oktave 6 zu 12, d. h. 18 zusammen. Weil 3 × 6 nicht mit 2 × 12 verglichen werden kann, da das Letztere kein Glied 3 enthält, so wird 3 × 8 mit 3 × 6 verglichen und 2 × 9 mit 2 × 12 in der Sesquialtera-Proportion, die 42 ergeben. Der Umfang dieses Tones ist immer eine Quarte, die Konsonanz aber bildet die Oktave 6 und 12, d. h. 3 × 6 bez. 2 × 9 und 2 × 12 bez. 3 × 8. Ihre Proportion, d. h. das Verhältnis des größten Gliedes zum kleinsten oder des kleinsten zum größten ist immer eine Quarte, die durch 7 gemessen wird wie bei den Introiten: Resurrexi, Misericordia Domini und In voluntate tua und den Antiph. Rubum quem viderat, Turba multa und Tria sunt munera.

Der 5. Ton hat immer Quintumfang durch 10, weil 3 × 8 zu 3 × 12 und 4 × 6 zu 4 × 9 durch Sesquialtera-Proportion in die Quint fallen, deren Konsonanz die Prim 12 ist. 4 × 9 bez. 3 × 12 zu 4 × 6 bez. 3 × 8 ergeben 60, wie bei den Introiten Domine refugium, Circumdederunt me und Domine in tua misericordia und den Antiph: Solvite templum hoc, Salve crux (und**) Exultet spiritus meus) usw.

Der 6. Ton hat 6 × 6 zu 6 × 4 bez. 2 × 12 und 4 × 9 zu 4 × 6 bez. 2 × 12, weil die Sesquialtera-Proportion in die Quinte fällt; und 6 × 4 bez. 3 × 8 sowie 6 × 4 bez. 2 × 12 geht in der Oktavenkonsonanz, d. h. 6 und 12, durch 2 × 12 und 3 × 8, was 48 ergibt sowie durch 6 × 6 und 4 × 9 bis zu 72.

Der Umfang dieses Tones nämlich wird entweder durch die Oktavenkonsonanz, d. h. 6 und 12, oder durch die Quinte, d. h. 10, gemessen. Wie die Introiten: Os justi, omnes gentes und Quasimodo geniti und die Antiph. O admirabile, (Vade**) Satana) und Virgo hodie fidelis.

Wie***) Vitruv in seinem Buch über die Architektur sagt, gibt es nach den Physikern nicht mehr als 8 Winde: 4 Prinzipale und

*) Später hinzugesetzt.

**) Die eingeklammerte Melodie hat der Kommentator hinzugefügt.

***) G. S. I, S. 141a, Z. 9—29: Zitat des Theoretikers der 6 Töne nach antiken Quellen; die Überschrift Z. 8 stammt vom Kommentator.

4 Zugeordnete. 4 aber, die hinzugefügt werden, damit es 12 sind, verhalten sich so wie die 4 Halbtöne zu den 8 Tönen. Denn in den Wellen des Meeres und der Flüsse tönt immer die 1. Welle lauter als die 7 folgenden; die 9. aber ist der 8. ähnlich. So gibt es auch beim Donner 8 Absätze, in denen der Philosoph Pythagoras auf dem Atlasberg, der dem Himmel sehr nahe ist, die auf die Harmonie des Himmels bezogenen Konsonanzen von 8 Tönen fand; ihre Proportionen vollendet das Himmelsbild der 5 Zonen, durch deren Ordnung die Welt beherrscht wird. Jede Konsonanz in der Musik hat nämlich zur 1 entweder die 2 im Duplex oder die 3 im Triplex oder die 4 im Quadruplex oder die 5 in der Sesquialtera oder die 7 in der Sesquiterz. Endlich*) wird, wie oben gesagt ist, aus 5 Ganz- und 2 Halbtönen das Oktaven-Diapason vollendet (das**) der 1. Ton ist) als 6 zu 12, worauf jede Konsonanz in der Musik bezogen wird. Jede Zahl nämlich, die nach 12 geteilt werden kann, so daß sie zu 12 selbst entweder durch ein Drei- oder Vierfaches oder durch ein Vier- und Dreifaches geteilt wird, ist musikalisch, da sie aus den obengenannten Proportionen besteht. Denn Pythagoras stellte von der 6 die Dupla her zur 12, die in der Sesquialtera zur 8 und in der Sesquiterz zur 9 steht. Daher besteht sie aus 5 Tongattungen: Einfachen, und zwar Quint, Quart und Oktav und Zusammengesetzten, und zwar Duodezime (wie**) die Tripla und der 7. Ton, Undezime im 6. Ton) und Doppeloktave (im**) 8. Ton), die Duplus und Triplus in sich enthält.

Daß er die Töne mit den Winden verglich, geschah nach paralleler Gesetzmäßigkeit, da es feststeht, daß zum Hervorbringen des Tones entweder das Plektrum oder Luft nötig ist. Wenn er behauptet, 4 Halbtöne gehörten zu diesen Tönen, so muß man wissen, daß es mit Ausnahme des Tetrachordes, das an die Mese als conjunctum anschließt, 4 sozusagen gerade Tetrachorde gibt, die in der Tiefe mit einem Halbtone enden. Über die Wellen von Meer und Flüssen und wie sie zurückkehren, handelt die Lehre der Physiker. Wie auch Hyginus bei der Konkordanz von Jahren, Tagen und Monaten, die nach 7 Jahren im 8. wiederkehren bez. nach 7 Tagen, in seiner Astrologie über die Eigenart der Zahl 8 Erörterungen anstellt, nach der die Himmelssphäre sich oben und unten im äquinoktialen Umlaufe teilt. Von dieser Zeitensphäre sind 4 Teile oben sichtbar, 4 Teile liegen unten. Wenn er ferner hinzufügt, die 9. Welle sei der 8. ähnlich, so ist das nichts Wunderbares, da auch die 9. Saite der 8. so ähnlich ist, daß Gleichklang erreicht wird, wenn die eine für die andere angerissen wird. Also ist in den einzelnen Oktavgattungen

*) G. S. I, S. 141a, Z. 29 — S. 142b, Z. 27: Theoretiker der 6 Töne.
**) Zusätze des Überarbeiters stehen in den Klammern.

die 1. und 8. Saite von demselben Klang, liegt aber nicht an derselben Stelle und nimmt auch nicht denselben Raum an Länge oder Kürze ein; da beim Heptachord ohne jede Verwirrung die 1. für die 8., die 2. für die 9. und die 3. für die 10. eintritt. Beim Oktachord indessen tritt die 1. für die 9. ein, so daß die 8. ihr ähnlich und auch von gleichem Klange ist, abgesehen von der durch die Spannung bedingten Höhenlage. Über Donner und Wellen eine Erörterung der weltlichen Philosophie herzusetzen habe ich mir erspart. Über die 5 Konsonanzen und die 5 Zonen aber kann man einen Vergleich nicht abweisen, da auf jener Beziehung die Theorie der ganzen Musik beruht, auf dieser aber die Bewegung der Himmelssphäre.

Wir setzen also die 6 als Einheit, zu der 2×6 als Duplus zwischen 18 und 6 liegt; ebenso zu ihr 3×6 als Triplus zwischen 24. So ergibt 4×6 zu ihr die Quadrupla-Proportion zwischen 30. Zu 2×6 3×6 verglichen, ergibt zwischen 30 die Sesquialtera-Proportion, ähnlich ergibt 3×6 zu 4×6 proportional eingestellt, zwischen 42 die Epitrite.

Das Gesetz für sie alle habe ich oben durch einen jeden Ton*) einzeln durchgeführt.

Jetzt aber darf ich die Bedeutung der 12 nicht übergehen, zu der jede Zahl, die durch 3 oder 4 teilbar ist, in musikalischer Konsonanz steht. Denn die 12 hat 5**) Glieder oder Teile, deren 1. die 1 ist, das 2. die 6, das 3. die 4, das 4. die 3 und das 5. die 2. Sie hat auch die Eigentümlichkeit, daß ihre Hälfte, die sich vom 1. Glied in ungerader Zahl erhebt, aus 3 Gliedern besteht und daher die 1. unter den vollkommenen Zahlen ist. Wenn also 12, das zu 6 als Verdoppelung aufgefaßt wird, verdoppelt werden soll, so geschieht dies durch die folgende Verdoppelung, wobei ihre Verdoppelungen, die durch die sich folgenden ungeraden Zahlen gebildet werden, ihre Glieder oder Teile erhalten. Also von der 3 angefangen, wird sie als 6, 12, 24 und 48 verdoppelt, und von diesen wird das 1. durch 3 Glieder, das 2. durch 5, das 3. durch 7 und das 4. durch 9 bezeichnet. Wenn aber die 12 von der 4 ihren Ausgang nimmt, so entwachsen ihre Verdoppelungen der 4. Denn in 24 sind Achten enthalten, die aus doppelter 4 hervorgegangen sind, und bei 48 werden wieder Achten hinzugefügt; auch ist 4×12 in 48 enthalten.

Der***) Musiktheoretiker Aristoxenus, der nicht die Töne selbst maß wie Pythagoras, sondern die Lage der Abstände zwischen den Tönen verglich, unterschied die einzelnen Tetrachorde durch 3 Zahlen, die weder die 60 überschritten noch darunter blieben. Denn er setzte

*) Der Überarbeiter hat dafür Tropus eingesetzt.

**) Der Überarbeiter hat dafür 6 eingesetzt.

***) G. S. I, S. 133b, Z. 17 — S. 134a, Z. 3: Zitat des Theoretikers der 6 Töne nach Boetius.

in 4 Tetrachorden zwischen die 1. und 2. Saite und zwischen die 2. und 3. Saite dieselbe Zahl, zwischen der 3. und 4. aber fügte er ein, was noch bis zur 60 übrig war, und zwar so:

6, 6, 48; 8, 8, 44; 9, 9, 42; 12, 12, 36.

Es bleiben noch 2 Tetrachorde übrig, von denen das eine 12, 18, 30 und das andere 12, 24 und 24 hat. In diesen Zahlen liegt aber folgender Sinn:

24 setzte er für den Ganzton, 12 für den Halbton, 8 für den Drittelton, 6 für den Viertelton, die Diesis; 9 aber stellte er aus dem Viertelton, d. h. 6 und einem Achtel, d. h. 3 her. Von den Tetrachorden nun nannte er das 1. enharmonisch, das 2. weich-chromatisch, das 3. chromatisch-hemiolisch, das 4. chromatisch-tonisch, das 5. weich-diatonisch und das 6. syntonisch-diatonisch.

Größer*) aber ist in allen Tetrachorden das Endglied als die beiden anderen außer in den beiden letzten, die dem diatonischen Geschlecht angehören. Nach dem größeren Endglied der Tetrachorde also wird das Verhältnis der Zusammenklänge bestimmt, da 48 gleich 2×24, d. h. Doppeloktave ist, was 4×6 und 3×8 bez. 6×8 ist. Ähnlich ist 2×12 24, d. h. eine Doppeloktave, was 4×6 oder 3×8 ist; 2×9 und 4×6, d. h. eine Quarte, ist 42, und 2×6 und 2×9, d. h. eine Quinte, ist 30. Zuletzt ist 2×6 und 4×6, d. h. eine Oktave, 36.

(Überarbeiter).

Der**) 7. Ton hat in der Proportion des 4. Tones das Quartentotum, in der Proportion des 5. Tones das Quintentotum und in eigener Proportion 12×12 als Oktave, was 144 ergibt.

Der 8. Ton besteht aus den obengenannten Proportionen des 4. und 5. Tones.

Der***) 1. Tropus steht in der Dupla, der 2. in der Tripla, der 3. in der Quadrupla, der 4. in der Epitrita, der 5. in der Sesquialtera, der 6. in der Undezime, der 7. wie die Tripla in der Duodezime und die Doppeloktave im 8., die Duplus und Triplus in sich enthält.

(Kommentar).

Wir†) müssen jetzt an den Zahlen des Würfels, die eine Betrachtung des Harmonischen liefern, ein wenig nachweisen, wie nach ihnen die obengenannten Gattungen der 8 Modi zu unterscheiden

*) G. S. I, S. 134a. Z. 3—18: Theoretiker der 6 Töne.

**) G. S. I, S. 147b, Z. 5—10 und Rekonstruktion nach dem Auszug S. 147a u. b.

***) G. S. I, S. 142a, Z. 27—32: Ihm gehören auch die beim Theoretiker der 6 Töne angegebenen Korrekturen an.

†) G. S. I, S. 127b, Z. 26 — S. 128a, Z. 39: Zum Theoretiker der Principales.

sind. Vorweggenommen sei, daß die Quarte durch 7, d. h. 3 und 4, und die Quinte durch 5, d. h. 2 und 3, nach harmonischer Regel gemessen wird. Denn aus den kleineren Zahlen erkennen wir die größeren und aus den größeren die in dieser Proportion gegebenen kleineren Zahlen. Und das bedeuten die Worte des Boetius im 9. Kap. des 2. Buches: „Wenn ein Abstand 2 Zahlen ohne Rest durchmessen hat, so stehen in dieser Proportion die Zahlen, die ihr Abstand betragen hat, und ebenso werden in der gleichen Proportion die Zahlen stehen, die in Übereinstimmung mit jenen der Abstand durchmessen hat." Z. B. beträgt zwischen 6 und 8 der Unterschied 2, die 3mal genommen 6 und 4mal genommen 8 ergibt. Ähnlich ist der Unterschied zwischen 9 und 12 3, die 3mal genommen 9 und 4mal genommen 12 ergibt. Und so kommt es, daß bei dem Vorhandensein der Sesquiterz-Proportion ohne Rücksicht auf die Größe der Zahlen, selbst bei großen, 3 und 4 nicht versagen, die die Hauptzahlen und gleichsam die Wurzeln für die Sesquiterz-Proportion sind. Ebenso vermittelt bei der Sesquialtera-Proportion zwischen 6 und 9 die Zahl 3, die 2mal genommen 6 und 3mal genommen 9 ergibt. Dies alles wird am harmonischen Regelstab mit dem Zirkel anschaulicher; ist doch an diesem Instrumente jeder Duplus in 2 gleiche Teile geteilt, und wenn man beliebige in den Duplus zerlegbare Zahlen bestimmt, so findet man immer die Mitte, die durch gleiche Abstände von beiden Endgrößen getrennt ist. Z. B. liegt zwischen 2 und 4 3, die sich von beiden Endgrößen durch gleiche Einheiten unterscheidet. Zwischen 4 und 8 ist ebenso die Mitte 6, zwischen 6 und 12 9, und zwischen 12 und 24 ist es 18. Und beide sind gleichweit von der Mitte entfernt, jene um 3, diese aber um 6. Die erwähnten Zahlen sind andererseits miteinander unvergleichbar, weil die 2, in die 6, 8 und 12 zerlegbar sind, kein Teilfaktor von 9 ist und dagegen die 3, in die 6, 9 und 12 zerlegbar sind, kein Teilfaktor von 8 ist. 4 ist für 8 und 12 ein gemeinsamer Teilfaktor, und deshalb beginnt nach manchen das Dreifache im Hypodorischen mit der 4 und endet in der 12.

Im*) übrigen wird 6, die im Dorischen einfach ist, im Hypodorischen und Hypophrygischen verdreifacht, im Phrygischen und Lydischen vervierfacht. Bei welchen aber 6 im Verhältnis zum Dorischen verdreifacht wird, da ist 8 zu verdoppeln. Bei welchen ferner jene vervierfacht wird, da ist diese zu verdreifachen. Endlich wird die 9, die im Dorischen einfach ist, in den übrigen verdoppelt mit Ausnahme des Lydischen, das sich ihrer Vervierfachung und einer Verdreifachung der 12 erfreut. Das Hypophrygische genießt die Wiederholung der 12, ebenso wie das Hypolydische. Dieser

*) G. S. I, S. 128b, Z. 14 — S. 129a, Z. 13: Zum Theoretiker der 6 Töne; vgl. den Tafel- und Zahlenauszug, G. S. I, S. 143a — S. 145b, Z. 15.

Wiederholung im Hypolydischen entspricht 6mal die 6, 3mal die 8 und 4mal die 9. Das Mixolydische wiederholt in einer bestimmten Lage 1mal 12 und 9 und verdreifacht 6 und 8; in einer anderen Lage aber verdreifacht es 12 und 8 und vervierfacht 6 und 9, in eigener Konsonanz jedoch enthält es 4mal 12, 8mal 6 und 6mal 8. Zuletzt wiederholt das Hypermixolydische in einer Reihe 1mal 12 und 9 und enthält 6 und 8 verdreifacht. In einer anderen Reihe verdreifacht es die 12 und 8 und vervierfacht 6 und 9.

Außerdem muß man wissen, daß zu den durch das Urteil eines Musikers festgestellten Zusammenklängen, d. h. Oktave, Quinte und Quarte, manchmal ein Ton am tiefsten oder höchsten Ende zugefügt wird, der emmeles genannt wird, d. h. zur Melodie geeignet, während bei jener*) Anordnung nun, wo wir 15 in einer Reihe zahlenmäßig geordnete Saiten angeben, die Doppeloktave vorliegt, d. h. 6 (??) und 2×12.

Endlich**) wollen wir zur Abhandlung eines Unbekannten über die angegebenen Tropi oder Modi kommen, um in diese Abhandlung mit Gottes Hilfe etwas Licht zu bringen.

Zum***) 1. Ton, den wir den Dorischen nennen.

Wie†) die gradale Antiphone (Rorate coeli) mit ihren einzelnen Abschnitten den einzelnen Zusammenklängen zugeordnet ist, erklären wir auf folgende Art. Zwischen 6 und 12, die 18 ergeben, ist 6 der Abstand, den die Melodie des 1. Abschnittes im Aufstieg ganz durchläuft, vom Lichanos hypaton bis zur Paranete diezeugmenon nach Vorausnahme eines Ganztones am unteren Ende, der emmeles genannt wird, d. h. zur Melodie geeignet. Endlich teilt die 3 denselben Abstand in gleicher Weise, und zwar wird so die Quinte durch 6:9 bestimmt. Dieser Zusammenklang also steht als Quarte mit einem Ganzton fest und läuft gänzlich den 2. Abschnitt der Antiphone durch, so daß hier das Verhältnis von 8—2 und 12—3 eintritt, weil 8 die 6 um 2 überragt, so daß die Sesquiterz-Proportion eintreten kann. 9 aber unterscheidet sich von 6 um 3, die die Hälfte von dieser 6 ist, und deshalb der 4. Teil von 12. Also 9 — 3 entspricht 12 — 4, wobei der 3. Teil von jener der 4. von dieser ist und sich so zwischen ihnen die Quartenkonsonanz ergibt, die sich von 9 zu 12 erstreckt und den 3. Abschnitt der Antiphone darstellt.

Er behauptet, daß man hier 2 Quinten nehme. Da nämlich die eine, und zwar die kleinere von 2 beliebigen Zahlen, die miteinander

---

*) Vgl. den Theoretiker der 8 Modi.

**) G. S. I, S. 129a, Z. 14—17: Einleitung zum Kommentar der Exposition in der Form des Überarbeiters, wobei ich den beim Theoretiker der 6 Töne und beim Überarbeiter übersetzten Text im folgenden nicht nochmals anführe.

***) G. S. I, S. 129a, Z. 14—15.

†) G. S. I, S. 129a, Z. 25 — b, Z. 18; Z. 30 — S. 130a, Z. 25.

nach der Sesquialtera-Beziehung geteilt sind, stets Halbteilung enthält, so ist sicher, daß die kleinere Zahl in 2 gleiche Teile zerlegt werden kann, wobei sie um ihre Halbteilung von der größeren Zahl übertroffen wird. Daher kommt es, daß jene durch 2 und diese immer durch 3 teilbar ist. Und das bedeutet seine Behauptung, daß die Quinte aus 5 und 10 besteht, weil 2 und 3 5 ist, und verdoppelt 10; denn 4 und 6 ergibt 10. Durch 7 nun läßt sich nach seiner Behauptung, da sie aus 3 und 4 besteht, jede Sesquiterz-Proportion teilen, weil die eine von 2 beliebigen Zahlen dieser Proportion, nämlich die kleinere, in 3 gleiche Teile und die andere, d. h. die größere, in 4 zerlegt werden kann. So kommt es, daß das Hypophrygische, weil es sich durch die Konsonanz des Quartentotums erklären läßt, durch 7 gemessen werden kann. Im Hypodorischen aber sowie im Lydischen wird die 10-Teilung wichtig. Das Dorische nun läuft im Alleluja Fulgebunt justi von 12 zu 6 durch die Oktave, und zwar bei Fulgebunt justi, bei et tanquam scintillae durch die Quinte von 12 zu 8 und bei in arundineto von 8 oder besser von 9 zu 6. Und nach diesem Tropus geht ähnlich ein Gradal-Responsorium, nämlich Posuisti Domine.

Zum*) 2. Modus.

Die**) einzelnen Modi haben ihren eigenen Typus. Immer beziehen sich zwei seitlich aufeinander, so daß sich dann der eine getrennte in brüderlicher Eintracht zum anderen neigt, der eine sich zum anderen im Aufstieg erhebt. Denn das Hypodorische geht in das Dorische über, wenn es seine Oktave überschreitet. Und das bedeutet seine Behauptung: „Wenn die 12 zur 6 kommt"; weil nämlich das Hypodorische im Verhältnis zu jener um einen Triplus tiefer liegt. Wenn nämlich in diesem Plagalton die Nete hyperbolaeon als 6 gesetzt wird, so hat die Mese 12, der Lichanos hypaton 18 und der Proslambanomenos 24, und 12 ist der Abstand zwischen 12 und 24. Diesen Abstand also durchschreitet eine Melodie dieses Plagaltones kaum nach oben in den Antiphonen, aber nach unten kann man entweder die Quart durch 7 oder die Quint durch 10 rechnen. Es besteht aber zwischen beiden Modi eine reine Quartenkonsonanz. Wo der Lichanos hypaton des Hypodorischen ist, liegt der Proslambanomenos des Dorischen. Und nun behauptet Boetius,***) diese Konsonanz gehe aus dem Zwei- und Dreifachen hervor, und zwar so: „Es sollen die Glieder der folgenden Teilung einmal nach Randgliedern mit dem Faktor 2 und ein zweites Mal nach Randgliedern mit dem Faktor 3 angeordnet sein, also:

6·8·12. || 4·6·12.

*) G. S. I, S. 130b, Z. 36.
**) G. S. I, S. 131a, Z. 24 — b, Z. 36.
***) Vgl. den Theoretiker der Principales, G. S. I, S. 125b.

12 ist also von 6 das Zweifache, und bei der zweiten Anordnung ist 12 von 4 das Dreifache. Wenn wir deren Abstände berechnen und miteinander vergleichen, so ergibt sich die Epitrita-Proportion, d. h. der Quartenzusammenklang," usw. Danach ist es sicher, daß die Paranete diezeugmenon des Hypodorischen, für die 6 angenommen wird, Mese im Dorischen ist. Wenn die Melodie des 2. Tropos bis zu dieser Mese des Dorischen kommt, so sollte man besser vom Dorischen reden als vom Hypodorischen, wie beim Gradal-Responsorium Universi, qui te expectant. Dieses Responsorium läuft durch den Abstand 12, und zwar zwischen 2×12 und 12. Sein Vers, der am Anfang eine Quinte nach oben hat, und zwar von 18 zu 12, läuft bis zur 9; sie stehen also in einem Abstand von 2×9 bis 9. Auch das nokturnale Responsorium, das Circumdederunt me heißt, schreitet in seinem Vers einen Ton nach oben über den Abstand hinaus, den wir zwischen 24 und 12 festgelegt haben.

Der*) 3. Ton hat nach seiner Behauptung 2 o, d. h. 2mal 12; o nämlich wird für 12 gesetzt. „Eines," sagt er, „wegen des Umfanges des authentischen Deuterus, d. h. des Phrygischen, und das andere wegen des Plagalen von ihm, d. h. wegen des Hypophrygischen." Denn die Mese des Phrygischen, d. h. 12, ist Nete diezeugmenon des Hypodorischen, wo die 5. Oktavengattung anfängt, und deshalb ist dessen Hypate meson Proslambanomenos von jenem. Ferner ist die Hypate meson des Phrygischen Mese des Hypophrygischen; und er sagt deshalb: „in dessen Oktave er seinen Halbton hat"; weil die Mese eines jeden Typus eine Oktave vollendet und von dieser Hypate meson unter allen Umständen die Melodie des 4. Tropus beginnt. Ist doch der Anfang von ihm das Ende einer Melodie des 3. Tones, wobei er die Weichheit des chromatischen Geschlechtes nachahmt, in dem häufiger statt der ganzen Oktave die Quinte wiederholt wird. Denn von der Paramese aus hat er an 4. Stelle seine Oktave und seinen Halbton. Aber des Wohlklangs wegen fügt man dieser Oktave einen Ganzton zu, wie bei der Melodie des 1. Tropus, so daß von der Mese eine Quart nach unten mit einem Ganzton zusammen als eine Quinte stehen kann. Daß er aber sagt „seinen Halbton", ist sicher deshalb, weil jede Oktavengattung zuzweit durch ihre Halbtöne bestimmt wird; und wenn diese an einer Stelle geändert werden, verwandeln sie die ganze Beschaffenheit des Tropus, während sie, an ihrer Stelle erhalten, sie bewahren. Hierfür sind besonders die Töne geeignet, die man den Protus und Deuterus nennt, doch auch die übrigen.

Was er wegen des Drei- und Vierfachen sagt, bedeutet, daß der 2. Tropus 3mal 6 als Lichanos hypaton nimmt, der 3. aber 4mal 6

*) G. S. I, S. 132b, Z. 10 — S. 133b, Z. 16.

als Proslambanomenos bestimmt, der durch eine höhere Saite im Verhältnis 9:8 als kürzer feststeht. Er fügt hinzu, daß 4×6 zu 4×3 bez. 12 eine Oktave ist, weil die erste 12, d. h. 2×6, zu seiner Mese wird, deren 4. Teil, d. h. 3, die Melodien dieses Tropus häufiger durchlaufen, und weil sie durch den 4. Teil von 2×12 absteigen, so daß sie eine Oktave ausfüllen können. Das wird man beim Singen des Aianeoane merken. Wenn man nämlich von der Paramese die 4. Quintengattung durchläuft, zum Lichanos hypaton hinabsteigt, zum Lichanos meson geht und durch die einzelnen Saiten im Aufstieg eine Quinte nimmt, so kehrt man wieder beim Tiefersteigen zur Trite diezeugmenon zurück und endet zuletzt auf seiner Finalis, d. h. der Hypate meson. Diese Finalis gibt am Anfang die Gradal-Antiphone Confessio et pulchritudo an, steigt so bis 12 — 3 auf und kehrt schließlich zur Finalis zurück. Auf demselben nach oben strebenden Halbton beginnt die Antiphone Cognovi Domine und Dum clamarem ad Dominum. Auch die nokturnalen Antiphone oder Responsorien verlaufen ebenso: Malos male perdet, Peccavi super numerum, das Alleluja Spiritus Domini und das Offertorium Deus tu convertens. So wird in diesem Tropus nicht nur durch die Oktave 36 oder durch die Quinte bis zu 30 gesungen, sondern auch durch die Quarte häufiger nach oben oder unten.

Zum*) 4. Ton, den wir den Hyphophrygischen nennen.

In**) dieser Abhandlung scheint das besonders untersuchenswert, wenn er behauptet: „3×6 kann nicht mit 2×12 verglichen werden, da das letztere kein Glied 3 enthält"; als ob 2×12, d. h. 24, unmöglich mit dem Faktor 3 gemessen werden könnte. Während aber 24 mit dem Zwei- oder Dreifaktor gemessen werden könnte, wollte er sicherlich den Zweifaktor mit dem Zweifaktor und den Dreifaktor mit dem Dreifaktor sich in gleicher Konsonanz entsprechen lassen, als er leugnete, daß der Dreifaktor dem Zweifaktor entspräche. Wenn er aber hinzufügte, daß 6 zu 12 eine Oktave ergebe, da dies doch schon 1×12 vermocht hätte, so ist wieder daran zu denken, daß man nicht allein mit den Tönen, sondern mit der Lage der Abstände zwischen den Tönen rechnen muß. Denn indem er 2×12 sagte, setzte er 6 zu 2×12 als Vierfaches, und deshalb stellt 6 den Abstand zwischen 6 und 12 her. Ferner besteht zwischen 12 und 2×12 der Abstand 12. Daß diese Abstände endlich miteinander verglichen eine Oktave ergeben, weiß jeder. Und das bedeutet seine Behauptung: „3×6 ergibt die Oktavenkonsonanz 6 und 12", usw. Dieser Abstand, der 12 ist, enthält beide Konsonanzen, d. h. 2 Quarten, aber er überschreitet keine in den kleineren Antiphonen. Wenn er es

*) G. S. I, S. 134a, Z. 20—21: Der vorausgehende Satz „Quapropter praemissus expositor adiecit" stammt als Überleitung ebenfalls vom Kommentator.

**) G. S. I, S. 134b, Z. 7 — S. 135a, Z. 17.

aber tut, so enthält er schon die Eigenart des Phrygischen. Übrigens beginnt seine Melodie, die Noeagis ist, von der Hypate meson, d. h. vom nach oben strebenden Halbton, und endet auf derselben Finalis, nachdem sie eine Quinte durchlaufen hat. Wie aber jede Quarte mit der 7 durch 4 und 3 gemessen wird, ist oben berichtet. Hier aber ist 2×12 bez. 3×8 gleich 4×6 und 2×9 gleich 3×6.

Es folgen die Gradal-Antiphone, deren erste Resurrexi ist. Ihr Anfang ist der Lichanos hypaton, ihre Mitte und ihre Finalis die Hypate meson und ihre Melodiespitze die Mese. Ebenso ist es beim Gradal-Responsorium Haec dies und beim nokturnalen Rex noster, das im Aufstieg die Paramese überschreitet. Aber auch das Alleluja Pascha nostrum, das bis etwa zur Oktave kommt, steht in diesem Tropus.

Zum*) 5. Ton, den wir den Lydischen nennen.

Hier**) ist, wie mir scheint, nichts anderes zu untersuchen, als seine Behauptung, daß die Zahlen, die als 2 Quinten zu rechnen sind, die Konsonanz der Prim 12 ergeben. 2 Quinten nämlich eben, 4×6 und 3×8, ergeben mit der gleichen Zahl die Prim. Denn wer sähe ein, daß 4×9 und 3×12 in der vorhergenannten Proportion stehen? Daher ist ersichtlich, daß aus der 12 die Oktave als 2×12 entspringt, die zur 48 die andere Oktave vollendet; zwischen ihnen in der Mitte hat dieser Tropus seine Eigenart, da jene Konsonanz, die 3×12 zu 3×8 ist, einerseits sich auf 12 und andererseits auf 48 bezieht und beide Zahlen zu 3×8 eine Oktave ergeben. Ferner enthält 3×12 die Grenzen dieses Tropus nach dem tieferen Teile, da er doch von der Trite diezeugmenon, mit der 3. Quartengattung beginnend, die 3. Quintengattung abwärts in seiner Melodie, die Noeoeane ist, bis zur Parhypate meson läuft, die seine Finalis ist. Die Gradal-Antiphone Domine refugium nun kehrt 2 mal zur selben Saite zurück, und so beginnt auch Circumdederunt und das Offertorium Immittet angelus. Das nokturnale Responsorium Obsecro Domine fängt von der Mese nach einem enharmonischen tieferen Tone an, um sich sofort chromatisch nach oben zu bewegen. Die 2. Oktavgattung nämlich, die von der Paramese beginnt, ist darin einzigartig, daß sie 3 Ganztöne ohne Halbton einander in einer Reihe folgen läßt, auch liegt in dieser Oktave keine 8 zwischen 6 und 12, und daher fügt man hier meist das Synemmenontetrachord ein. Auch das Alleluja Beatus vir läuft von der Finalsaite dieses Tropus aus, dagegen bis zur Oktave empor durch die ganze 5. Oktavengattung. In den vorhergehenden Zahlen aber fällt die Quintenkonsonanz unter das Maß der 5: da 3×8 und 4×6 zu 2×12

*) G. S. I, S. 135b, Z. 27—28.
**) G. S. I, S. 136a, Z. 5 — b, Z. 14.

kommen; 4×9 aber zu 3×12 als Zwei- und Dreifaches, die die 5 ergeben, ihre Quinte bewahren.

Zum*) 6. Ton.

Da**) es 8 Tropi gibt, von denen 4 Authentische oder Principale genannt werden, die anderen aber Plagale oder Subjugale, so muß man wissen, daß sie sich von einander, d. h. der Principale von seinem Subjugalen, nicht unterscheiden, weder durch das Gesetz der Zahlen noch durch die Natur der Zusammenklänge. Deshalb entsprechen die Maße und Zahlen dieses Modus mehr dem lydischen Principalen als dem Subjugalen, da doch jener den 6. Teil von 2×12, d. h. 4, durchläuft und häufiger den 4. Teil, d. h. 6. Er erstreckt sich aber in einigen Antiphonen nach Art der Subjugalen kaum bis 2×12. Was endlich die Behauptung anbetrifft, daß 2×12, d. h. 24, nach dem 6. oder 4. Teil gemessen wird, so heißt das, daß sie als Quinte, die er später die Konsonanz dieses Tropus nennt, durch 10 gemessen wird; denn 6 und 4 entspricht dem Maß der 10. Wenn er aber 6×6 mit 6×4, d. h. 60, vergleichen will, so bedeutet das soviel als ob er sagte, daß 36 zu 24 als Quintenkonsonanz verglichen werde. Ferner läßt er 3×8 bez. 2×12 in Oktavenkonsonanz von 6 zu 12 stehen, was nichts anderes bedeutet, als daß 3×8 bez. 2×12 sich zu 12 genau so verhalten wie die früher erörterte Oktave mit ihren kleineren Zahlen, d. h. 6 zu 12.

Denn von seiner Finalis aus, die Parhypate meson ist, durchläuft er die obere Quint und untere Quart. Aus diesen beiden Konsonanzen wird eine Oktave gebildet, wie man an der Antiphone Omnes gentes beobachten kann. Denn sie geht zur Parhypate hypaton hinab und bis zur Trite diezeugmenon, was wie gesagt, eine Oktave ausmacht. Ebenso steigt das Offertorium Stetit angelus hinauf und hinab. Auch das nokturnale Responsorium Aspiciebam mit seinem Verse und Esto nobis scheinen bis zur Nete hyperbolaeon aufzusteigen. Das Alleluja Omnes gentes enthält sogar die Melodie dieses Tropus, die Aannes ist, in der Intonation. Wenn aber die Melodie beim Aufstieg die Mese berührt, so nimmt sie dann beim Abstieg die 3. Quartengattung.

Zum***) 7. Ton, den wir den Mixolydischen nennen.

Wenn†) er behauptet, das Mixolydische entstehe aus den Proportionen des 4. und 5. Tones, das so genannt worden ist, weil es

---

*) G. S. I, S, 137a, Z. 2.

**) G. S. I, S. 137a, Z. 17 – b, Z. 26.

***) G. S. I, S. 138a, Z. 14—15: Der Text der Exposition Z. 18 enthält statt $12 \times 12 = 144$ nur 4×12.

†) G. S. I, S. 138a, Z. 19 — b, Z. 33: Die folgende Aufstellung der Zahlen weicht von dem Zahlen- und Tafelauszug ab, die mit der Karlsr. Hdschr. übereinstimmen.

aus dem Lydischen gemischt worden ist, so muß man wissen, daß im 4. Ton durch 2×9 zu 2×12 und 3×6 zu 3×8 in 42 die Quarte entsteht. Im 5. aber bildet 6×6 zu 6×4 bez. 2×12 und 4×9 zu 4×6 bez. 2×12 durch 60 die Quinte. In eigener Proportion aber hat es die Oktave, die 4×6 zu 4×12 und 6×4 bez. 2×12 zu 6×8 ist, wobei die zusammengezählten Zahlen 48 ergeben.

Während die Melodie dieses Tropus von der Paranete diezeugmenon ausgehend, auf der Lichanos meson, die Finalis ist, endet, indem sie durch die Quarte und einen Ganzton zuerst eine Quinte nach unten angibt, stellt sie dann die 3. Gattung von ihr dar, so daß die Quinte für diese Konsonanz zu bestehen scheint. Wenn dagegen dieser 7. Tropus nach oben von seiner Finalis aus die 7. Oktavgattung vollendet, wie der 4. durch die Quarte 7 und der 5. durch die Quinte 10 gemessen wird, so ist die Paranete hyperbolaeon die Grenze dieser Gattung nach oben. Wo aber die Melodie dieses Tropus, die Noeoeane ist, aufhört, da beginnt die Melodie des 8. Tropus, die Noeagis ist, durch die Quarte nach oben. Diese kehrt sie sofort zurück, und unterscheidet sich von ihrem Prinzipalen nur durch diese Differenz, wie es das Hypermixolydische durch seinen Namen anzeigt; Hypermixolydisch nämlich heißt es, weil es das Mixolydische übersteigt, nach Ptolemaeus die 8. Oktavengattung, die höher liegt als alle übrigen, durchläuft und aus den Proportionen des 4. und 5. Tones besteht wie das Mixolydische. Gesungen aber wird das Mixolydische in den Gradal-Antiphonen Puer natus est nobis und Audivit Dominus. Und die nokturnalen Responsorien beginnen auf dieselbe Art Iste est frater vester und Dixit Judas fratribus suis. Übrigens steigt die Antiphone Puer natus est zur Paranete diezeugmenon an, wo die Melodieformel dieses Tropus den gleichen Anfang hat wie das Responsorium Ecce dies veniunt; auch Nascetur nobis beginnt in diesem Tropus auf dieselbe Art. Ferner laufen die Melodien des 8. Tropus nach Art der Subjugalen zwischen der 4. Oktavengattung.

Endlich*) enthält der 8. Tropus dieselbe Oktavengattung wie der 1., unterscheidet sich jedoch von ihm dadurch, daß er m als mittlere Saite zum Hüter seiner Eigenart hat, jener aber als Protus o. Wer aber diesen Unterschied nicht kennt, läuft fälschlich bald in diesen, bald in jenen, wie z. B. in der Antiphone Urbs fortitudinis, die im 1. Ton anfängt und im 8. endet wegen eines Halbtones, den sie mit der Saite, die m heißt, unklug nicht an richtiger Stelle dort verbindet, wo aperite portas eintritt. Übrigens kommt der 8. Tropus in den Gradal-Antiphonen Ad te levavi und Domine ne longe und in den nokturnalen Antiphonen Repleti sunt omnes und Lux

*) G. S. I, S. 140a, Z. 17—35.

de luce vor, ebenso in den nokturnalen Responsorien Montes Gelboe und Dixit Ruben, den diurnalen Responsorien Dilexisti und Qui sedes und dem Offertorium Si ambulavero.

Folgendes*) bedeutet seine Behauptung, daß die Zahlen musikalisch sind, die durch 3 und 4 teilbar sind, da man sie auf 12 bezieht. 8 nämlich, die durch 4, und 9, die durch 3 teilbar ist, werden mit ihr in Epitrita- oder hemiolischer Proportion verglichen.

Zu seiner Behauptung endlich, daß manche von den Tönen zusammengesetzt und andere einfach seien, muß man wissen, daß ihre Zusammensetzung so stattfindet wie bei den Grammatikern eine aus 2 selbständigen Teilen bestehende, z. B. magister equitum. Während nämlich der 1. Tropus durch die Oktavenkonsonanz hervorragt, wird der 5. durch die Quint ausgezeichnet; und der 2. aus beiden Konsonanzen zusammengesetzt, da er durch die Tripla-Proportion erweitert wird. Sofern, wie**) schon gesagt ist, das Gradal-Responsorium Universi qui te exspectant die ganze Oktavgattung des Hypodorischen durchläuft und noch eine Quinte darüber hinaus, so daß der 5. durch den Triplus vollständig sein kann; der Triplus nämlich ist vorhanden, wenn die größere Zahl mit der kleineren, Subtriplus aber, wenn die kleinere mit der größeren verglichen wird. Daher ist 24 : 8 und 18 : 6 unbedingt ein Triplus, von denen einer durch die Melodie des vorgenannten Responsoriums mit ihrem Vers vollendet wird. Einfach aber sind die Tropi, denen ein Zusammenklang genügt, wie der 4. und 5. Während nämlich der 4. durch 7, d. h. 3 und 4 als Quarte verläuft, geht der 5. durch 10, d. h. 4 und 6 als Quinte; von ihm sagt Boetius: „Er ist einfach und grundlegend, und wir nennen ihn den Lydischen. Daher lehrte Plato, die Knaben dürften keineswegs in allen Modi unterrichtet werden, sondern nur in den kräftigen und einfachen."

(Zahlenauszug.)

Im***) folgenden sind die Proportionen der 8 Töne enthalten, die aus 5 Ganz- und 2 Halbtönen gebildet werden aus 6 Zusammenklangs-Gattungen und 5 Proportionen.

Der 1. Ton, der 12, 6, 8 und 9 enthält, hat in 18 die Oktave 6 zu 12, in 20 die Quint 8 zu 12 und in 21 die Quart 9 zu 12.

Der 2. Ton, der 12, 3 × 6, 2 × 8 und 2 × 9 enthält, hat in 30 durch 3 × 6 zu 12 oder durch 2 × 9 zu 12 die Quinte, und in 28 durch 2 × 8 zu 12 die Quarte.

Der 3. Ton, der 12, 4 × 6, 3 × 8 und 2 × 9 enthält, hat in 36 die Oktave durch 4 × 6 zu 12 oder in 30 die Quinte durch 2 × 9 zu 12.

*) G. S. I, S. 142b, Z. 27 — S. 143a, Z. 28.
**) Vgl. den Kommentar zum 2. Ton, G. S. I, S. 131b.
***) G. S. I, S. 145b — S. 146b, Z. 15.

Der 4. Ton, der 2×12, 3×6, 3×8 und 2×9 enthält, hat die Quart durch 3×6 zu 3×8 oder durch 2×9 zu 2×12, die 42 ergeben.

Der 5. Ton, der 3×12, 4×6, 3×8 und 4×9 enthält, hat die Quinte durch 3×8 zu 3×12, d. h. 36, oder durch 4×6 zu 4×9, die 60 ergeben.

Der 6. Ton, der 2×12, 6×6, 3×8 und 4×9 enthält, hat die Oktave durch 3×8 zu 2×12, die 48 ergeben, und die Quinte durch 6×6 zu 2×12 oder durch 4×9 zu 2×12, die 60 ergeben.

Der 7. Ton, der 2×12, 3×6, 3×8 und 2×9 oder 3×12, 4×6, 3×8 und 4×9 oder in eigener Proportion 4×12, 8×6 und 6×8 enthält, besteht aus der Proportion des 4. Tones, des 5. und aus seiner eigenen. Er hat die Quart in 42 als 4., die Quint in 60 als 5. oder in eigener die Oktav als 12×12, die 144 ergeben, d. h. 8×6, 6×8 und 4×12.

Der 8. Ton besteht aus den obengenannten Proportionen des 4. und 5. Tones als Quart und Quint; er enthält 2×12, 3×6, 3×8 und 2×9, die als 3×6 zu 3×8 und 2×9 zu 2×12 in 7 die Quart ergeben, oder 3×12, 4×6, 3×8 und 4×9, die als 4×9 zu 4×6 und 3×8 zu 3×12 in Sesquialtera-Proportion der Zahl 10 stehen. Der 8. Ton besteht entweder als 4. in der Quart 42 oder als 5. in 60 und 60, die als Zahl 120 ergeben.

(Tafelauszug.)

Dorisch,*) 1. Ton.

Quinte $\left\{\begin{matrix}12\\6\\8\\9\end{matrix}\right\}$ Oktave / Quarte.

Hypodorisch, 2. Ton.

Quarte $\left\{\begin{matrix}12\\3 \times 6\\2 \times 8\\2 \times 9\end{matrix}\right\}$ Quinte / Quinte.

Phrygisch, 3. Ton.

Oktave $\left\{\begin{matrix}12\\4 \times 6\\3 \times 8\\2 \times 9\end{matrix}\right\}$ Oktave / Quinte.

Hypophrygisch, 4. Ton.

Quarte $\left\{\begin{matrix}2 \times 12\\3 \times 6\\3 \times 8\\2 \times 9\end{matrix}\right\}$ Quarte.

*) G. S. I, S. 143a — 144b, Tafel.

Lydisch, 5. Ton.

$$\text{Quinte}\begin{cases}3\times 12\\4\times\ 6\\3\times\ 8\\4\times\ 9\end{cases}\text{Quinte.}$$

Hypolydisch, 6. Ton.

$$\text{Oktave}\begin{cases}2\times 12\\6\times\ 6\\3\times\ 8\\4\times\ 9\end{cases}\begin{matrix}\text{Quinte}\\\text{Quinte.}\end{matrix}$$

Mixolydisch, 7. Ton.

$$\text{Quarte}\begin{cases}2\times 12\\3\times\ 6\\3\times\ 8\\2\times\ 9\end{cases}\text{Quarte.}$$

oder:

$$\text{Quinte}\begin{cases}3\times 12\\4\times\ 6\\3\times\ 8\\4\times\ 9\end{cases}\text{Quinte.}$$

oder in eigener Proportion:

$$\text{Oktave}\begin{cases}4\times 12\\8\times\ 6\\6\times\ 8\end{cases}\text{Oktave.}$$

Hypermixolydisch, 8. Ton.

$$\text{Quarte}\begin{cases}2\times 12\\3\times\ 6\\3\times\ 8\\2\times\ 9\end{cases}\text{Quarte.}$$

oder:

$$\text{Quinte}\begin{cases}3\times 12\\4\times\ 6\\3\times\ 8\\4\times\ 9\end{cases}\text{Quinte.}$$

Neue*) Abhandlung eines Unbekannten über denselben Gegenstand (Tonarius!).

Von der 1. Oktavgattung, die die Mese, d. h. o ist, beginnt auch der 1. Tropus und endet auf der unteren Quinte, d. h. e. Seine Formel ist Noannoeane, und er hat 5 Differenzen und 9 Loca in den Nokturnen.

Es steht nämlich die 1. Differenz auf o, die 2 Loca hat: den 1. auf sich bei Veniet Dominus und den 2. ein Enharmonium tiefer

*) G. S. I, S. 130a, Z. 26 — b, Z. 33.

auf i bei Apertis thesauris. Die 2. Differenz aber steht auf dem Lichanos meson m, die 3 Loca hat: auf sich bei Canite tuba, eine Quart tiefer auf e bei Ecce nomen Domini und eine Quint tiefer auf c bei Intempesta nocte. Die 3. Differenz steht auf i, die 1 Locus hat und zwar eine Quarte tiefer auf c bei O beatum pontificem. Die 4. Differenz steht auf h, die 1 Locus auf sich hat bei Inclinans se Jesus. Die 5. Differenz steht auf e, die 2 Loca hat: auf sich bei Euge serve bone und einen Ganzton tiefer auf c bei Sint lumbi vestri.

Die Formel dieses Tropus verläuft zwischen einer reinen Quinte; die einzelnen Saiten enthalten die einzelnen Differenzen, und die 1. Differenz hat 2 Loca, die 2. 3, die 3. 1, die 4. 1 und die 5. 2. Daher hat dieser Tropus sicherlich 5 Differenzen und 9 Loca in den Nokturnen. In den Diurnen aber hat dieser Tropus 3 Differenzen: die 1. auf i, die 1 Locus auf c bei Inclina hat, die 2. auf h, die 1 Locus auf e bei Statuit hat, und die 3. auf c, die 1 Locus auf sich bei Gaudete hat. So haben offenbar die einzelnen Differenzen in den Diurnen nur je 1 Locus. Wegen der wunderbaren Natur der Differenzen dieses Tropus also wird von einigen das c nicht als Intervall hinzugefügt und deshalb auch nicht als Differenz bezeichnet.*)

Von**) der 4. Oktavengattung, die auf e steht, wo der 1. Tropus endet, beginnt der 2. Tropus; und er endet dort, wo er beginnt. Seine Formel verläuft aber zwischen einer Quinte, die von m bis c geht; seine Formel ist nämlich Noeagis. Dieser Tropus hat 1 Differenz auf e, die 3 Loca hat: eine Quart tiefer auf A bei Laetentur coeli, einen Ganzton tiefer auf c und endlich auf sich bei Juste et pie. Daher hat dieser Tropus sicherlich 1 Differenz in den Nokturnen und 3 Loca. In den Diurnen hat dieser Tropus dieselbe Differenz und dieselben Loca: eine Quart tiefer auf A bei Ecce advenit, einen Ganzton tiefer auf c bei Sitientes und auf sich bei De necessitatibus.

Von***) der 1. Oktavengattung beginnt sowohl der 1. wie der 3. Tropus seiner Natur nach, der auf der Quarte endet. Seine Formel verläuft zwischen der Quinte o zu e und der Quart o zu cc; die Formel dieses Tropus ist nämlich Noeoeane. Dieser Tropus hat nämlich in den Nokturnen 3 Differenzen: 1 auf m, die 1 Locus auf sich bei Qui odit animam hat, die 2. auf o, die 1 Locus eine Quart tiefer bei Qui de terra est hat, und die 3. auf x, die ein tieferes Enharmonium auf m bei Et respicientes hat. In den

*) Wegen der ohne umfangreiche Vergleiche unlesbaren Neumen habe ich in allen 8 Tropi die letzten 3 Zeilen weggelassen.

**) G. S. I, S. 132a, Z. 3—22: Die vom Kommentator stammende Überschrift ist überall von mir weggelassen worden.

***) G. S. I, S. 135a, Z. 20 — b, Z. 4.

Diurnen nämlich hat dieser Tropus dieselben Differenzen und dieselben Loca: m bei Ego autem cum, die Differenz o und den Locus h bei Dum sanctificatus.

Von*) der 5. Oktavengattung, wo der 3. Tropus endet, beginnt auch der 4., und zwar von h, und er endet auf demselben h. Seine Formel verläuft zwischen einer Quinte von o bis e, wozu ein Ganzton nach unten von c zu e kommt; seine Formel ist nämlich Noeagis. Dieser Tropus hat nämlich in den Nokturnen 2 Differenzen: die 1. auf h, die 4 Loca hat, auf sich bei O quam clarus est, auf i bei Jerusalem und einen Ganzton tiefer auf c bei Rubum quem viderat. Die 2. Differenz steht auf e, die 1 Locus auf c bei Betleem**) non es minima hat. Daher hat dieser Tropus sicherlich 2 Differenzen und die angegebenen Loca in den Nokturnen. In den Diurnen nämlich hat dieser Tropus 1 Differenz auf m bei Resurrexi.

Von***) der 3. Oktavengattung, die auf y steht, beginnt der 5. Tropus, und endet auf der Quinte, d. h. i. Seine Formel nämlich verläuft zwischen der Quinte y zu i, wozu ein Enharmonium von y bis dd kommt; die Formel dieses Tropus ist nämlich Noeoeane. Dieser Tropus hat nämlich 2 Differenzen in den Nokturnen: 1 auf o, die 2 Loca hat, auf sich bei Obsecro Domine und ein Enharmonium tiefer auf i bei Vox clamantis und die 2. Differenz auf y, die 1 Locus auf sich bei Hodie nobis hat. In den Diurnen nämlich hat dieser Tropus 4 Differenzen und 3 Loca: auf sich bei Exaudi Deus, die 2. auf m, die 1 Locus auf i bei Circumdederunt me hat, und die 3. auf y bei Justus Dominus.

Von†) der 6. Oktavengattung, wo der 5. Tropus endet, beginnt der 6., d. h. von i. Doch verläuft seine Formel in einer Quinte von o zu e, wozu ein Ganzton nach unten von e zu c kommt; die Formel dieses Tropus ist nämlich Noeagis. Dieser Tropus hat nämlich in den Nokturnen 1 Differenz, die 3 Loca hat: auf sich bei Aspiciebam, ein Enharmonium nach oben auf o bei Modo veniet und eine Quarte tiefer auf c bei Per memet ipsum. Daher wird dieser Tropus durch 1 Differenz und 3 Loca charakterisiert. In den Diurnen nämlich hat dieselbe Differenz 2 Loca: auf sich bei Os justi und eine Quart tiefer auf c bei Qui manducat.

Von††) der 4. Oktavengattung, die über der Mese liegt, d. h. von cc, beginnt der 7. Tropus, und er endet auf der Quinte m. Seine Formel verläuft zwischen der Quinte cc zu m, wozu ein Ganzton von m zu i kommt; die Formel dieses Tropus ist nämlich

*) G. S. I, S. 135b, Z. 6—25.
**) Der Münch. Cod. enthält dafür: Betleem civitas.
***) G. S. I, S. 136b, Z. 17—35.
†) G. S. I, S. 137b, Z. 29 — S. 138a, Z. 12.
††) G. S. I, S. 140a, Z. 38 — b, Z. 21.

Noeoeagis. Er hat nämlich in den Nokturnen 3 Differenzen: 1 auf cc, die 1 Locus eine Quinte tiefer auf m bei Summae trinitati hat, die 2. auf y, die 2 Loca hat, auf sich bei Dixit Judas und einen Ganzton höher auf cc bei Aspiciens. Die 3. Differenz steht auf o, die 2 Loca hat, auf sich bei Attende Domine ad me und einen Ganzton tiefer auf m bei Missus est Gabriel. Und auf dieser Differenz stehen alle Antiphone, die wir wegen einer Abweichung am Ende im 4. ansetzen wie z. B. Benedicta tu. In den Diurnen gehört diesem Tropus 1 Differenz auf m, die 1 Locus auf sich bei Puer natus est hat.

Von*) der 7. Oktavengattung, die auf m steht, wo der 7. Tropus endet, beginnt der 8., und er endet dort, wo er beginnt. Seine Formel verläuft zwischen einer Quinte nach oben von m zu cc, wozu ein Ganzton nach unten von m zu f kommt; die Formel dieses Tropus ist Noeagis. Dieser Tropus hat in den Nokturnen 1 Differenz, die 5 Loca hat: auf sich bei Ecce dies veniunt, einen Ganzton tiefer auf i bei Doceam iniquos, einen Ganzton höher auf o bei Quodcunque und eine Quart höher auf y bei Ecce ancilla Domini. Daher wird dieser Tropus in den Nokturnen sicherlich durch 1 Differenz und 5 Loca charakterisiert. In den Diurnen nämlich hat dieser Tropus 1 Differenz, die 2 Loca hat: auf sich bei In virtute tua und eine Quarte tiefer bei Domine ne longe.

*) G. S. I, S. 140b, Z. 23 — S. 141a, Z. 7.

Lebenslauf.

ev.luth.Konf.

Ich, Wilhelm Mühlmann, bin geboren am 16. November 1888 zu Leipzig als Sohn des Kaufmannes Hugo Mühlmann. Zu Ostern 1908 bestand ich die Reifeprüfung an der Thomasschule zu Leipzig, wo ich seitdem an der Universität mit Ausnahme eines Münchener Jahres blieb und von Philosophie, Psychologie, Völkerpsychologie und vergleichender Geschichte zur Musikwissenschaft kam, dank Herrn Prof. Riemanns Anteilnahme, aus dessen Seminar auch diese Arbeit hervorging. Außer den für mich besonders wertvollen Übungen der Herren Prof. Conrady, Cornelius, Kroyer, Schering und Wundt danke ich methodologische und persönliche Durchbildung meinen verehrten Lehrern Riemann, Krueger, Lamprecht und Schneider.